Razonamiento Matemático

Asociación Educativa FLORES

Tercera Edición, 2012.

INTRODUCCIÓN

Desde el primer instante en que apareció el hombre, todo su pequeño mundo circundante le estaba hablando de Matemática : *la distancia de su cueva al río, el grupo de animales que veía, la altura para alcanzar los frutos silvestres*; y en fin, todo cuanto le rodeaba no hacía sino conducirlo por un camino inevitable : calcular, contar, medir, comparar, es decir, razonar matemáticamente. Había nacido, pues, la Matemática junto con el hombre; no porque el hombre la hubiera inventado, sino porque es inherente al lenguaje de la naturaleza.

El vocablo razonar, significa ordenar las ideas y deducir consecuencias o conclusiones. De manera que el *Razonamiento Matemático* será el discurrir por ciertos caminos ajenos a los convencionales haciendo uso de la Matemática. La curiosidad y la necesidad han sido los acicates que, a través del tiempo, han impulsado al hombre a formular respuestas y a dar soluciones. Es así que, de manera involuntaria, surge el *Razonamiento Matemático*; como aquel camino que nos permite conducirnos a través de medios diversos a los convencionales. Por ejemplo, utilizando artificios, atajos, reglas prácticas, etc. Siendo la matemática un vasto campo de estudio y el *Razonamiento Matemático* parte de ella, éste resulta una herramienta que difiere de los manejos habituales, por lo cual, segmentaremos su contenido en determinados ítems de estudio.

Hemos aludido a la curiosidad y necesidad como estímulo o incentivo para el hombre en el logro de ciertas metas. Es esta misma necesidad que inspiró a los docentes en este trabajo.

Resulta singularmente especial que la publicación del presente material coincida con la celebración del vigésimo quinto aniversario de la Organización TRILCE en el ámbito educativo.

Nuestra institución comprometida por brindar el mejor servicio a sus educandos, y en el marco de las festividades de sus efemérides, tiene la satisfacción de hacer llegar a la comunidad estudiantil el presente volumen de *Razonamiento Matemático*.

El interés que nos anima al poner en tus manos este volumen es evidentemente académico; interés que asume la notable importancia y trascendencia que alcanza el conocimiento del *Razonamiento Matemático* actualmente; interés que pretende colmar tus expectativas en razón de las dificultades que se encuentran en el complejo camino al conocimiento de ésta materia; interés en ti y en todos los alumnos que pretenden y tienen la tenaz convicción de abrirse paso en el fascinante ámbito del *Razonamiento Matemático*.

El texto ha sido pensado y elaborado en razón de tus exigentes necesidades, por lo que esperamos que se traduzca en el texto idóneo y compañero inseparable en el proceso de tu preparación.

Lo frondoso y lo complejo de nuestra materia de estudio nos lleva a distribuir sus contenidos agrupándolos de la siguiente manera : *Razonamiento Lógico, Razonamiento Algebraico, Razonamiento Aritmético, Razonamiento Geométrico, Razonamiento Abstracto*.

Resulta evidente, pues, la amplitud de los contenidos y la complejidad de los temas, por lo que el trabajo de resolución tendrá como soporte una puntual y precisa referencia teórica para otorgar solvencia a la solución a la que se arribe.

El presente trabajo pretende, por ende, convertirse en el manual que permita complementar el trabajo en el aula y fuera de la misma, en la preparación académica, y ser el texto en el que encuentres, tanto en el aspecto teórico como práctico, el apoyo y soporte que necesitas.

Capítulo

1

ORDEN DE INFORMACIÓN

En este capítulo nos encontraremos con diversos tipos de ejercicios en cuya resolución debemos tener en cuenta siempre lo siguiente :

1. La información que nos da el problema necesita ser ordenada.
2. Se debe verificar que la respuesta final que hallemos cumpla con las condiciones del problema.

Hemos dividido el presente capítulo de modo que sea fácil identificar el tipo de ordenamiento y las reglas que debes respetar para su resolución. Esta división es la siguiente :

A. Ordenamiento Lineal.
B. Ordenamiento Circular.
C. Relación de datos (cuadros de afirmaciones).
D. Principio de Suposición.
E.. Relaciones Familiares.

A. ORDENAMIENTO LINEAL

a) Ordenamiento Creciente o Decreciente :

En estos problemas encontraremos elementos relacionados de mayor a menor o de más a menos.
Para estos problemas debemos tener en cuenta lo siguiente :

<u>Decir</u> : "A" no es mayor que "B".
Equivale a que "A" puede ser menor o igual que "B":

<u>Decir</u> : "A" no es menor que "B"
Equivale a que "A" puede ser mayor o igual que "B".

Ejemplo 1 :
La ciudad X tiene más habitantes que la ciudad W. La ciudad W tiene menos habitantes que la ciudad Y pero más que la ciudad Z. Si X tiene menos habitantes que Y. ¿Qué ciudad tiene más habitantes?

a) X b) Y c) W d) Z e) Ninguna

Ejemplo 2 :
Sabiendo que :
* *Ricardo no es mayor que Miguel.*
* *Andrea no es mayor que Tito.*
* *Tito no es el mayor.*
* *Jackie es mayor que Ricardo.*
* *Tito es mayor que Jackie.*
¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?
I. *Miguel es el mayor.*
II. *Ricardo es el menor.*
III. *Jackie es mayor que Andrea.*

a) Sólo I b) Sólo II c) I y II d) Sólo III e) Ninguna

b. Ordenamiento Lateral :

Los problemas de "*Ordenamiento Lateral*" son fáciles de identificar pues nos presentarán elementos ordenados de la siguiente manera :

Izquierda	—	Derecha
Oeste	—	Este
Occidente	—	Oriente

Debemos tener presente :

* "A" está a la derecha de "B" es diferente decir que "A" está junto y a la derecha de "B".
* "A" está entre "B" y "C" no necesariamente significa que "A" estará en el medio y junto a ellos (adyacentes).

Ejemplo 3 :

En una carrera intervienen 7 participantes. Los jueces determinan que no puede haber empates.
Sabiendo que:

* *Lucho llegó 1 puesto detrás de Manuel.*
* *Nancy llegó 2 puestos detrás de Katty.*
* *Percy llegó 5 puestos detrás de Manuel.*
* *Quique llegó 1 puesto detrás de Percy.*

Luego, Roberto llegó:

a) Entre Manuel y Katty. *b) Entre Nancy y Katty.* *c) Dos puestos detrás de Nancy.*
d) Después de Percy. *e) Antes de Manuel.*

Ejemplo 4 :

Un postulante a la U.N.M.S.M. compra 6 libros y los ubica en un estante de su biblioteca.
Además :

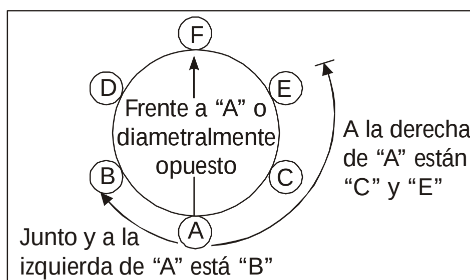
* *El libro de Aritmética está siempre junto y a la izquierda del de Álgebra.*
* *El libro de Física está siempre junto y a la izquierda del libro de R.M.*
* *El libro de Geometría está a la izquierda del de Álgebra.*
* *El libro de Trigonometría está a la derecha del de Aritmética y a la izquierda del libro de Física.*

Indicar (V) o (F) según corresponda :

* *El libro que está a la derecha de los demás, es el libro de R.M.* ( )
* *El libro que está a la izquierda de los demás, es el libro de Aritmética.* ( )
* *El cuarto libro contando desde el extremo derecho es el libro de Álgebra.* ( )
* *El quinto libro contando desde el extremo izquierdo es el libro de Física.* ( )

B. ORDENAMIENTO CERRADO

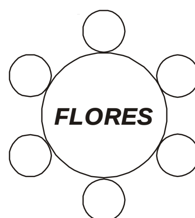
En estos casos los elementos estarán ordenados de manera que formen una figura cerrada.
Debemos tener en cuenta lo siguiente :



Ejemplo 5 :

Seis amigos se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente. Si se sabe que :

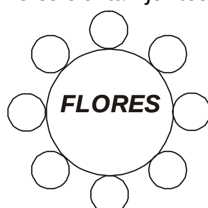
* *Ana se sienta junto y a la derecha de Betsy y frente a Cecilia.*
* *Daniel no se sienta junto a Betsy.*
* *Eduardo no se sienta junto a Cecilia.*

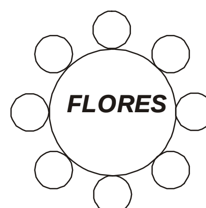


Si Fernando es el más animado de la reunión. ¿Dónde se sienta?

a) Entre Cecilia y Eduardo. *b) Frente a Daniel.* *c) Entre Betsy y Cecilia.*
d) Frente a Betsy. *e) Entre Cecilia y Daniel.*

Ejemplo 6 :
Ocho amigos se sientan alrededor de una mesa circular con ocho asientos distribuidos simétricamente. Se sabe que :
* *Felipe y Gladys se sientan juntos.*
* *Daniel no se sienta junto a Berenice ni a su izquierda.*
* *Ana se sienta a la derecha de Berenice y a la izquierda de Ena.*
* *Carlos no se sienta junto a Ena ni a Gladys.*
* *Héctor llegó un poco retrasado a la reunión.*
* *Amigos del mismo sexo no se sientan juntos.*





¿Dónde se sienta Héctor?

a) Frente a Daniel. *b) Junto a Ena.* *c) Entre Felipe y Berenice.*
d) Junto a Gladys. *e) No se precisa.*

C. *RELACIÓN DE DATOS (CUADROS DE AFIRMACIONES)*

En estos problemas encontraremos elementos que están relacionados bajo un mismo patrón pero con diferentes características. Debemos tener en cuenta lo siguiente :
* La característica de "A" sólo la tendrá "A"· no podrá existir otro elemento con la misma característica.
* Llámese característica a los distritos donde viven, las formas de movilizarse, las carreras profesionales que siguen, etc. ...

Ejemplo 7 :
Arturo, Bruno, Carlos y Dante viven en los siguientes distritos : Barranco, Lima, Magdalena y San Borja, pero no necesariamente en ese orden. Además cada uno tiene una ocupación diferente: Dibujante, Electricista, Periodista y Vendedor. Se sabe que :
* *Arturo no es Vendedor ni vive en Lima.*
* *El Periodista vive en Barranco.*
* *Carlos es dibujante.*
* *El Electricista vive en Lima y es muy amigo de Dante.*

	Barranco	Lima	Magdal.	Sn. Borja	Dibujante	Electric.	Periodista	Vendedor
Arturo								
Bruno								
Carlos								
Dante								

¿Quién vive en Barranco?

a) Arturo. *b) Bruno.* *c) Carlos.*
d) Dante. *e) No se puede determinar.*

Ejemplo 8
Cinco personas, Andrea, Carla, Inés, Jéssica y Laura, trabajan en un restaurante. Durante cada turno, cada persona debe realizar una de las cinco funciones : Cajera, Cocinera, Mesera, Recepcionista o Supervisora, de acuerdo a las siguientes condiciones :

* *Andrea puede trabajar como Cocinera o Recepcionista.*
* *Carla puede trabajar como Cajera, Mesera o Recepcionista.*
* *Inés puede trabajar como Cajera, Cocinera o Supervisora.*
* *Jéssica puede trabajar como Cocinera o Supervisora.*
* *Laura puede trabajar como Mesera o Recepcionista.*

	Cajera	Cocinera	Mesera	Recepcionista	Supervisora
Andrea					
Inés					
Carla					
Jéssica					
Laura					

Si Carla no es asignada para trabajar como cajera en un determinado turno, ¿quién podrá realizar dicha actividad?

I. *Andrea.* II. *Inés.* III. *Jéssica.* IV. *Laura .*

a) Sólo I. *b) Sólo II.* *c) Sólo III.* *d) Sólo I y II.* *e) Sólo III y IV.*

Si Carla es asignada para trabajar como Cajera en un determinado turno, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones, con respecto a dicho turno, deben ser verdaderas?

I. Andrea será asignada como Recepcionista.
II. Inés será asignada como Cocinera.
III. Laura será asignada como Mesera.

a) Sólo I. *b) Sólo II.* *c) Sólo III.* *d) Sólo I y III.* *e) Sólo II y III.*

D. PRINCIPIO DE SUPOSICIÓN

En estos problemas debemos suponer a manera de hipótesis la respuesta y verificar que cumpla con todos los datos del enunciado.
Por lo tanto se trata de aplicar la siguiente estrategia.

Cuando un problema tenga una sola respuesta y esta se encuentre en un conjunto pequeño de posibilidades, podemos descartar candidatos a ser solución, si al suponer que alguno de ellos lo es, llegamos a una contradicción. Esta forma de razonar se llama PRINCIPIO DE SUPOSICIÓN

Ejemplo 9 :
Un sultán propuso el siguiente problema a un reo. "He aquí tres cofres : uno rojo, otro azul y otro blanco. Cada uno tiene una inscripción :
En el rojo dice : "La llave de la celda está en este cofre".
En el azul dice : "La llave de la celda no está en este cofre"
El blanco dice : "La llave de la celda no está en el cofre rojo"
De las tres inscripciones, una es cierta. Si eres capaz de adivinar en cuál está la llave te dejaré libre"
¿Qué cofre debió elegir el reo?.

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. En cierta prueba, Rosa obtuvo menos puntos que María; Laura menos puntos que Lucía; Noemí el mismo puntaje que Sara; Rosa más puntaje que Sofía; Laura el mismo que María y Noemí más que Lucía. ¿Quién obtuvo el menor puntaje?

a) Rosa b) Noemí c) Sofía
d) Laura e) Sara

02. En una carrera participaron 5 atletas : Sandro, Luis, Iván, Roberto y Gabriel. Al término de la carrera cada uno llegó en un puesto diferente y se sabe que :
* Roberto llegó antes que Luis, pero después que Gabriel.
* Sandro no llegó antes que Iván.
* Iván llegó en tercer puesto.

Según lo expuesto, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
I. Roberto llegó en segundo lugar.
II. Iván llegó antes que Luis.
III. Sandro llegó en quinto lugar.

a) Sólo I b) Sólo II y III
c) Sólo I y III d) Sólo I y II
e) Sólo III

03. En un edificio de 4 pisos viven 4 amigos cada uno en un piso diferente, bajo las siguientes condiciones :
* Javier no puede subir las escaleras por razones de salud.
* Pablo vive en el piso inmediato superior al piso donde vive Erick.

¿Cuáles de los siguientes enunciados deben ser siempre verdaderos?
I. Carlos vive en el segundo piso.
II. Carlos vive en el cuarto piso.
III. Carlos vive en el segundo o en el cuarto piso.
IV. Erick vive en el tercer piso.

a) I y II b) III y IV c) Sólo III
d) II y III e) Sólo I

04. Tres amigas : María, Lucía e Irene viven en un edificio de 5 pisos, donde los otros dos pisos están vacíos. Sabiendo que María vive más arriba que Irene y que Lucía, y adyacente a los dos pisos vacíos.
¿Cuáles de las siguientes es correcta?

a) María vive en el tercer piso.
b) Lucía vive en el primer piso.
c) El cuarto piso está vacío.
d) Lucía vive más arriba que Irene.
e) María vive en el cuarto piso.

05. Cuatro hermanos viven en un edificio de cuatro pisos. Arturo vive en el primer piso, Mario vive más abajo que Jorge y Willy vive un piso más arriba que Mario.
¿En qué piso vive Willy?

a) En el 2do. b) En el 3ro.
c) En el 4to. d) En el 1ero.
e) No se puede determinar

06. Cuatro amigos se sientan alrededor de una mesa redonda en la que hay cuatro sillas distribuidas simétricamente:
Sabemos que :
* Pedro no se sienta junto a Luis.
* José está entretenido viendo como los otros tres discuten.

Según esto podemos afirmar :

a) José y Juan se sientan juntos.
b) Luis y José no se sientan juntos.
c) No es cierto que José y Juan no se sientan juntos.
d) Pedro se sienta junto y a la derecha de José.
e) Pedro se sienta entre José y Juan.

07. Cuatro amigos: Juan, Luis, Pedro y Carlos se sientan alrededor de una mesa circular ubicándose simétricamente.
Se sabe que :
* Los cuatro usan gorro de diferente color (azul, rojo, verde y blanco).
* Juan está frente al que usa gorro rojo.
* Pedro no se sienta junto a Juan.
* Carlos, el de gorro azul y el de gorro verde viven en la misma calle.

¿Quién está frente a Luis y qué color de gorro usa?

a) Juan - rojo b) Carlos - blanco
c) Carlos - azul d) Pedro - verde
e) Juan - azul

08. Raúl, Carlos, Pedro y Bruno tienen diferentes ocupaciones y se sabe que :

* Raúl y el gasfitero son amigos del mecánico.
* Carlos es amigo del mecánico.
* El comerciante es familia de Bruno.
* El pintor es muy amigo de Pedro y del mecánico.
* Raúl es comerciante.

¿Cuál es la ocupación de Carlos?

a) Mecánico b) Pintor
c) Gasfitero d) Comerciante
e) Faltan datos

09. Se tiene cinco equipos, cada uno con un número diferente de integrantes. Además se sabe que:
* El equipo azul tiene cuatro integrantes más que el equipo rojo.

* El verde tiene tres integrantes más que el rojo.
* El equipo negro tiene dos integrantes menos que el verde.

Si se integra otro equipo, ¿en qué lugar entre los demás podrá ubicarse, si también tiene un número diferente de integrantes que los demás?

a) Entre el verde y el azul.
b) Entre el rojo y el negro.
c) Entre el amarillo y el rojo.
d) Entre el verde y el negro.
e) Entre el rojo y el azul.

10. Seis amigos: A, B, C, D, E y F se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente.
Además :
* D no se sienta junto a B.
* A se sienta junto y a la derecha de B y frente a C.
* E no se sienta junto a C.

¿Entre quiénes se sienta F?

a) C y E   b) C y B   c) A y D
d) C y A   e) B y E

11. Un restaurante de comida criolla tiene 3 cocineras : Solange, Carola y Yesenia, cada una de las cuales va 2 veces por semana, sin coincidir ningún día. Se sabe :
* Solange sólo puede ir a trabajar viernes, lunes o martes.
* Los viernes Carola prepara su plato favorito.
* Yesenia no puede ir los sábados.

Si el restaurante atiende sólo de lunes a sábado.
¿Cuál es el orden de atención de las cocineras durante la semana?

a) SCYYSC   b) SYCCYS
c) YSCYSC   d) SSYYCC
e) YSYSCC

12. Se tiene realizar 5 actividades (A; B; C; D y E) una por día, desde el lunes hasta el viernes.
Si :
* B se realiza después de D.
* C se realiza 2 días después de A.
* D se realiza jueves o viernes.

¿Qué actividad se realiza el miércoles?

a) E   b) D   c) C
d) B   e) A

13. Cinco chicos rinden un examen, obteniéndose los siguientes resultados :
* Benito obtuvo un punto más que Daniel.
* Daniel obtuvo un punto más que Carlos.
* Enrique obtuvo dos puntos menos que Daniel.
* Daniel obtuvo dos puntos menos que Alberto.

Ordena de manera creciente, e indica quién obtuvo el mayor puntaje.

a) Alberto   b) Benito   c) Carlos
d) Daniel   e) Enrique

ENUNCIADO

Cuatro amigas salen de compras, y se sabe que cada una quiere comprar una prenda distinta : Un par de zapatos, una blusa, un vestido y un par de guantes.
Además se tiene la información de que :
* Cecilia no necesita zapatos.
* Luisa comprará un vestido nuevo.
* Carla le dice a Tania : Los guantes que vas a comprar tienen que ser blancos.

Se pregunta :

14. ¿Quién comprará los zapatos?

a) Carla.   b) Tania.   c) Cecilia.
d) Luisa.   e) Carla o Tania.

15. Tania tiene interés en comprar :

a) Un vestido.
b) Un par de guantes.
c) Un par de zapatos.
d) Una blusa.
e) Un vestido o blusa.

16. Kelly, Ruth y Carla son amigas. Una es soltera, otra es casada y la tercera es viuda (no necesariamente en ese orden).
Se sabe que :
* Carla es soltera.
* La viuda y Kelly tienen ocupaciones diferentes.

Entonces :

a) Kelly es viuda.   b) Kelly es soltera.
c) Carla es viuda   d) Ruth es viuda
e) Ruth es soltera

17. Un estudiante, un médico y un abogado comentan que cada uno de ellos ahorra en un Banco diferente :
* "Yo ahorro en Interbanc", dice el médico a Roberto.
* Tito comenta : "El banco que más interés me paga es el Scotiabank".
* El abogado dice : "Mi secretaria lleva mi dinero al BCP".
* El tercer personaje se llama José.

¿Cómo se llama el estudiante?

a) Roberto   b) Roberto o José
c) José   d) Tito o José
e) Tito

18. Cuatro jóvenes: Roberto, Ricardo, Renzo y Raúl, estudian una carrera diferente entre Ingeniería de Sistemas, Contabilidad, Historia y Filosofía en diferentes universidades: Pacífico, Católica, Lima, UPC, no necesariamente en ese orden. Y se sabe que:

* Renzo es amigo del filósofo y del que estudia en la Católica.

* La carrera de Historia únicamente se ofrece en la del Pacífico.
* Raúl estudia en la de Lima, donde no se ofrece la carrera de Filosofía.
* Roberto no estudia en la Católica.
* Ricardo no estudia Filosofía ni Ingeniería de Sistemas.

¿Quién estudia filosofía y qué estudia Raúl?

a) Ricardo - Filosofía.
b) Raúl - Contabilidad.
c) Roberto - Ingeniería de Sistemas.
d) Roberto - Contabilidad.
e) Ricardo - Contabilidad.

19. Cinco amigos (A, B, C, D y E) viven en la misma calle en 5 casas contiguas :
Si se sabe que :
* A vive a la derecha de B y su casa no queda contigua a la de C ni en un extremo.
* Para ir de la casa de B a la de D hay que pasar frente a otras 2 casas.

Para determinar el lugar en que vive casa uno con respecto a los demás es necesario saber que :
I. E vive junto a D.
II. A vive a la izquierda de C.

a) I pero no II.
b) II pero no I.
c) I y II a la vez.
d) I o II instantáneamente.
e) Faltan datos.

20. En una carrera compiten 5 amigos, Antonio llegó antes que Armando, quien llegó en cuarto lugar. Si Arsenio llegó inmediatamente después que Anselmo y Alberto es el otro participante. Para determinar el orden exacto de llegada de los 5 amigos, es necesario saber que :
I. Arsenio llegó después que Antonio.
II. Anselmo llegó antes que Antonio.

a) I pero no II.
b) II pero no I.
c) I y II a la vez.
d) I o II instantáneamente.
e) Faltan datos.

21. Sobre las edades de cinco hermanos se sabe que :
* Joaquín tiene un año menos que Jaime.
* Jaime tiene un año menos que Carlos.
* Fausto tiene dos años más que Jaime y
* Joaquín tiene dos años más que Roberto.

Si se sabe que Jaime acaba de cumplir la mayoría de edad.
¿Quién o quiénes de los cinco hermanos son menores de edad?

a) Fausto - Carlos. b) Joaquín - Carlos.
c) Fausto - Roberto. d) Joaquín - Roberto.
e) Carlos - Roberto.

22. En una carrera participan 6 chicas, obteniéndose los siguientes resultados :
* Ana no llegó en un lugar impar.
* Carmen llegó equidistante a Fabiola y a Betsy, quien llegó en último lugar.
* Elena deberá entrenar más si desea obtener el título.

¿En qué lugares llegaron Diana y Fabiola, respectivamente?

a) 2º y 3º b) 1º y 2º c) 3º y 2º
d) 1º y 4º e) 3º y 4º

23. A Jesica, Roxana, Vanessa y Pilar, les dicen "La Flaca", "La Chata", "La Coneja" y "La Negra" aunque a ninguna de ellas en ese orden.
Además se sabe que :
* "La Coneja" le dice a Pilar que "La Chata" está con gripe.
* Roxana, a quien le dicen "La Negra", es amiga de "La Flaca".

¿A quién le dicen "La Chata"?

a) A Vanessa b) A Roxana
c) A Jesica d) A Pilar
e) Vanessa o Jesica

24. En un sanatorio se encuentran internados un cojo, un manco, un ciego y un sordo, cuyos nombres son : Cornelio, Camilo, Ananías y Eulogio, aunque no necesariamente en este orden.
Se sabe que :
* Camilo, el cojo y el manco comparten la misma cama.
* Cornelio, el ciego y el sordo fueron a pasear con sus enamoradas.
* El cojo, el ciego y Ananías asisten al baño con regularidad.
* El sordo, el ciego y Ananías asisten a la misma hora al comedor.
* El ciego es un hincha incondicional de Alianza Lima, en cambio Camilo es fanático de la U, que es el mejor equipo del Perú.

¿Quiénes comen a la misma hora además de Ananías?
a) Camilo y Eulogio.
b) Camilo y Cornelio.
c) Ananías y Cornelio.
d) Cornelio y Eulogio.
e) Ananías y Eulogio.

25. Alicia, Carmen, Franci y Edith, tienen diferentes profesiones : Periodista, Médico, Kinesióloga y Matemática y viven en las ciudades X, Y, Z y W.
Se sabe que :
* Franci no vive en X ni en Y.
* El médico vive en X.

* Alicia vive en W.
* Edith es Kinesióloga.
* La periodista nunca ha emigrado de Z.

¿Qué profesión tiene Alicia?

a) Abogada b) Médico
c) Periodista d) Kinesióloga
e) Matemática

26. Un choque en cadena de 6 carros es originado por una imprudente parada de Susan quien tiene carro azul. El auto blanco de Sonia está adyacente al de Clara y Bárbara. Andrea no tiene carro azul y chocó a Clara. Un carro rojo chocó a Andrea.
Sabiendo que hay 2 carros rojos, 2 azules, uno blanco y uno verde, y que dos autos del mismo color no pueden estar juntos.
Hallar el tercer auto que choca y su chofer.

a) Sonia - blanco. b) Andrea - azul.
c) Clara - rojo. d) Clara - azul.
e) Sonia - verde.

27. Cinco amigos : A; B, C, D y E se sientan alrededor de una mesa circular y se sabe que :
* Las 5 sillas se encuentran distribuidas simétricamente.
* A se sienta junto a B.
* D no se sienta junto a C.

Podemos afirmar con certeza que :
I. D se sienta junto a A.
II. E se sienta junto a C.
III. B se sienta junto a D.

a) Sólo I b) Sólo II c) I y II
d) I y III e) Todas

ENUNCIADO

Un grupo de 4 personas: A, B, C y D tiene como profesiones: I, J, K y L; viven en las ciudades: E, F, G y H.
Sabiendo que :
* C no vive en E ni en F.
* J vive en E.
* D no reside en G.
* D es K.
* I vive en G.
* A vive en H

Se pregunta :

28. ¿Qué profesión tiene A?

a) I b) J c) K
d) L e) J o K

29. ¿Dónde reside D?

a) I b) F c) E
d) H e) E o H

30. Julio invita a cenar a sus amigos : Violeta, Mónica, César, Freddy y Alberto; éste último no pudo asistir. Los asistentes se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente.
* Julio se sienta junto a Freddy y César.
* Frente a Freddy se sienta Violeta.
* Junto a un hombre no se encuentra el asiento vacío.

¿Adyacente a quiénes se sienta Freddy?

a) Julio y Violeta. b) Mónica y Alberto.
c) Mónica y César. d) Julio y Mónica.
e) Violeta y César.

31. De los profesores de R.M. se sabe que :
* Pedro es mayor que José, pero menor que Luis.
* René es menor que Pedro y mayor que Tito.
* Jorge es mayor que Pedro.
* Luis es mayor que Jesús.

Podemos afirmar con certeza:

a) Jorge es mayor que Luis.
b) René es menor que José.
c) No es cierto que Jorge sea mayor que Tito.
d) Luis es mayor que Tito.
e) Más de una es correcta.

32. Jéssica es más alta que Alexandra y más gorda que Carmen. Carmen es más alta que Katiuska y más delgada que Alexandra.
Si Katiuska es más baja que Jéssica y más gorda que Alexandra. ¿Quién es más alta y más delgada que Katiuska?

a) Jéssica. b) Carmen.
c) Alexandra. d) Jessica y Carmen.
e) Jessica y Alexandra.

33. En una mesa circular hay seis asientos simétricamente colocados, ante la cual se sientan 6 amigas a jugar monopolio. Si Lucía no está sentada al lado de Leticia ni de Juana. María no está al lado de Cecilia ni de Juana, Leticia no está al lado de Cecilia ni de María, Irene está junto y a la derecha de Leticia.
¿Quién está sentada junto y a la izquierda de María?

a) Lucía. b) Leticia. c) Irene.
d) Cecilia. e) Faltan datos.

34. Felipe, Marco, Pedro, Daniel y Carlos harán una encuesta en cinco distritos de Lima : La Molina, San Isidro, Pueblo Libre, Lince y Miraflores, cada uno en un distrito diferente.
Y se sabe que :
* Felipe irá a La Molina, pero Marco la hará en su propio distrito.
* Las suegras de Pedro y Daniel viven en San Isidro, por lo cual ellos no aceptan ir a ese distrito.

* Marco vive en Lince y es el único que encuesta en su distrito.
* Daniel vive en Pueblo Libre.

¿Dónde encuesta Carlos?

a) Molina b) Miraflores
c) San Isidro d) Lince
e) Pueblo Libre

35. Rommel, Alex, Luis y Eduardo practican los siguientes deportes: Fútbol, Atletismo, Natación y Tenis; y viven en los distritos de Los Olivos, Breña, San Borja y Miraflores.
Se sabe que :
* Luis no vive en Los Olivos ni en Breña.
* El atleta vive en Los Olivos.
* Rommel vive en Miraflores.
* Eduardo es Futbolista.
* El nadador nunca ha emigrado de San Borja.

¿Qué deporte practica Rommel?

a) Natación b) Atletismo c) Fútbol
d) Tenis e) Basketball

ENUNCIADO

Cinco amigas: Ana, Pilar, Carla, Diana y Elena, estudian cada una un idioma diferente entre inglés, portugués, francés, ruso y alemán. Ana quisiera estudiar inglés en lugar de francés. Pilar le ha pedido a Carla el teléfono de su profesor de ruso. Diana no estudia alemán y se ha disgustado con la que estudia portugués.

36. ¿Qué idioma estudia Diana y quién estudia inglés, respectivamente?

a) Alemán - Diana.
b) Inglés - Diana.
c) Alemán - Pilar.
d) Inglés - Pilar.
e) Ninguna de las Anteriores.

37. Marcar la relación imposible :

a) Pilar - alemán.
b) Pilar - portugués.
c) Elena - alemán.
d) Elena - portugués.
e) Pilar - ruso.

38. Sobre una mesa hay un lapicero, una crayola y un plumón.
Si sabemos que :
* A la izquierda de la crayola hay un lapicero.
* A la derecha del plumón está el que pinta azul.
* A la izquierda del que pinta azul está el que pinta verde.
* A la derecha del que pinta rojo hay un plumón.

¿Qué objeto está a la derecha de todos?

a) El plumón rojo. b) Lapicero rojo.
c) Crayola azul. d) Crayola roja.
e) Lapicero azul.

39. Seis amigas viven en un edificio de tres pisos, en el cual hay dos departamentos por piso. Si se sabe que :
* El departamento de P se encuentra más abajo que el de N.
* Para ir del departamento de Q al departamento de R necesariamente hay que bajar 2 pisos.

Por lo tanto podemos afirmar que :

a) R vive en el tercer piso.
b) No es cierto que S viva en el tercer piso.
c) S vive en el segundo piso.
d) No es cierto que R viva en el tercer piso.
e) R y P no viven en el mismo piso.

40. En una carrera participan tres parejas de esposos: los Vidal, los Mejía y los Espinoza.
* Los esposos llegaron antes que sus respectivas esposas.
* La señora Espinoza llegó antes que el señor Vidal.
* El señor Mejía no llegó primero y fue superado por una dama.

La señora Vidal llegó quinta, junto después que su esposo.
¿En qué puesto llegaron el señor y la señora Mejía respectivamente?

a) 4 - 6 b) 3 - 6 c) 3 - 4
d) 2 - 6 e) 2 - 4

41. En una mesa circular de 7 sillas se sientan a discutir cuatro obreros : A, B, C y D y tres empleados : X, Y, Z. Sabiendo que :
* Ningún empleado se sienta junto a otro empleado.
* B se sienta junto a D, pero Z no se sienta junto a ellos.

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones son correctas?
I. Entre D y Z hay por lo menos 2 asientos.
II. X se sienta junto a B.
III. A se sienta junto a Y.

a) Sólo I b) I y II c) Sólo II
d) Sólo III e) I y III

42. Cinco personas ejercen diferentes profesiones: Veterinario, Médico, Ingeniero, Abogado y Matemático. Viven en ciudades distintas : Iquitos, Ayacucho, Juliaca, Lima, Huancayo.
* Francisco viajará a Iquitos, ciudad que no conoce, para participar en un congreso de veterinarios.
* Pablo es el mejor amigo del Médico y viajará a Ayacucho para visitar al Ingeniero.
* El Matemático no vive en Juliaca y a Enrique no le gustan los animales.

* José Luis no vive en Lima y Rubén tampoco vive en Lima.
* El que vive en Lima es Médico y el Abogado vive en Huancayo.
* Rubén desearía ser ingeniero y quisiera vivir en Huancayo.

¿Quién vive en Huancayo?

a) Rubén. b) Pablo. c) José Luis.
d) Francisco. e) Enrique.

43. A una fiesta fueron invitadas 3 parejas de enamorados y de ellos se tiene la siguiente información :
* Hay dos peruanos, dos argentinos y dos brasileños.
* Juan es peruano y la esposa de Orlando es brasileña.
* No hay dos hombres de la misma nacionalidad.
* No hay una pareja de esposos de la misma nacionalidad.

¿Qué nacionalidad tiene Orlando y que nacionalidad tiene la esposa de Antonio?

a) Argentino - Peruano.
b) Brasileño - Argentino.
c) Peruano - Brasileño.
d) Brasileño - Peruano.
e) Argentino - Brasileño.

44. Don Pascual, que ha recibido la visita de sus 7 sobrinos: A; B, C, D, E, F y G les ha prometido darles su propina siempre y cuando se formen en fila india obedeciendo las siguientes condiciones :
* A debe ubicarse inmediatamente delante de E.
* D no puede ubicarse delante de A.
* G debe ubicarse cuarto y delante de E.
* F no puede ubicarse primero.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) E se ubicará detrás de D.
b) C se ubicará detrás de F.
c) F se ubicará delante de E.
d) B se ubicará delante de C.
e) A se ubicará delante de F.

45. Gabriela, Mónica y Carolina tienen diferentes aficiones y gustos en deportes (voley, aeróbicos y tenis), Literatura (novela, poesía y drama), Licores (vino, pisco y Cerveza) y colecciones (llaveros, cerámicas y libros).
Se sabe que :
* A Mónica no le agrada el voley.
* A la que le agrada el tenis, gusta del pisco.
* La que colecciona llaveros lee dramas.
* A la que le gusta el voley toma cerveza.
* Gabriela disfruta cuando juega tenis o lee poesía.
* Carolina colecciona libros.

¿Cuál de las siguientes alternativas, muestra una asociación incorrecta?

a) Mónica - cerámica.
b) Mónica - vino.
c) Mónica - drama.
d) Carolina - novela.
e) Gabriela - pisco.

46. En una reunión se encuentra un Carpintero, un Escritor, un Sastre y un Maestro. Ellos se llaman (aunque no necesariamente en el orden dado) : Carlos, Enrique, Jorge y Gerardo.
Además se sabe que :
* Carlos y el Carpintero están enojados con Gerardo.
* Enrique es amigo del Maestro.
* El Escritor es familiar de Gerardo.
* El Sastre es muy amigo de Jorge y del Maestro.
* Carlos hace años que escribe libros de Historia.

Mientras que el sastre es ... Gerardo es ...

a) Enrique - Maestro.
b) Enrique - Carpintero.
c) Jorge - Maestro.
d) Jorge - Carpintero.
e) Enrique - Escritor.

47. Cinco primos : Francisco, Sebastián, Adrián, Sandra y Kiara se sientan en una misma fila de seis butacas juntas de un cine.
Si se sabe que :
* Sebastián no se sienta junto a Sandra, pero hay una persona sentada en cada uno de sus lados.
* Kiara, se sienta en uno de los extremos de la fila.
* Adrián se sienta 3 butacas a la izquierda de Kiara.
* Hay dos butacas entre Francisco y la butaca vacía.
* Sandra se sienta en el quinto asiento a partir de donde está sentada Kiara.

¿Qué asiento, a partir de donde está Kiara, está vacío?

a) Primero b) Segundo c) Tercero
d) Sexto e) Quinto

48. En una reunión del Directorio de una empresa se encuentra el presidente, el vicepresidente, el secretario y un trabajador de la empresa, cuyos nombres (no necesariamente en ese orden) son : Emilio, Ricardo, Samuel e Inocencio.
* Samuel y el trabajador son muy amigos.
* Ricardo es primo del secretario.
* Emilio y el vicepresidente no se llevan bien.
* El presidente y el trabajador son amigos de Inocencio.
* El secretario se llama Emilio.

¿Quiénes son el presidente y el trabajador?

a) Samuel - Ricardo.
b) Samuel - Inocencio.
c) Inocencio - Samuel.
d) Inocencio - Ricardo.
e) Ricardo - Emilio.

49. Sobre una misma fila de un tablero de ajedrez se tiene seis piezas ordenadas de tal manera que cumplen las siguientes condiciones :
* Adyacentes al rey y al peón hay un lugar vacío en común.
* El alfil está a la izquierda de la dama.
* El caballo está a la derecha de los demás y junto al peón.
* La torre está a la derecha de la dama y junto a una casilla vacía.

¿Cuál de las siguientes proposiciones es correcta?

a) Entre la torre y el rey hay un lugar vacío.
b) Entre la torre y la dama hay un lugar vacío.
c) Entre el rey y la dama hay un lugar vacío.
d) El alfil no está a la izquierda de los demás.
e) El caballo está contiguo a un lugar vacío.

50. Seis automóviles numerados del 1 al 6 participan en una competencia de la fórmula 1. Si del resultado final de la carrera se sabe que :
* Los tres primeros lugares los ocupan autos con numeración impar.
* El auto 2 llegó inmediatamente después del 1.
* La diferencia en la numeración entre el segundo auto y el quinto es 3.
* La diferencia en la numeración entre el segundo auto y el tercero es 2.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) El auto con el número 4 llegó en quinto puesto.
b) El auto con el número 5 llegó primero.
c) El auto con el número 6 llegó antes que el auto con el número 2.
d) El auto con el número 3 llegó dos puestos antes que el auto con el número 1.
e) El auto que tiene el número 2 llegó primero.

51. Cuatro amigas (Eva, María, Carmen y Trini) salen a bailar con cuatro amigos (Pablo, Raúl, Damián y Luis). A lo largo de la velada, las cuatro chicas habrán bailado, entre muchas, las siguientes piezas; un vals, un rock, un bolero y un tango. A la salida, hicieron las siguientes afirmaciones :

Eva : Disfruté más bailando el vals con Pablo, que el rock con Raúl.

María : Cuando bailaba el vals con Damián, nos quedamos solos en la pista.

Trini : Nunca más volveré a bailar un bolero con Pablo.

Carmen : Luis me dió un pisotón mientras bailábamos el bolero.

Cuando bailaron el tango, ¿quién era la pareja de Carmen?

a) Luis b) Pablo
c) Damián d) Raúl
e) Bailó sola

7

52. Manuel, Miguel y Alberto tienen diferentes aficiones y gustos en fútbol (Cristal, U, Alianza). Literatura (Novela, Poesía, Periodismo) Licores (Gin, pisco, cerveza) y Cigarrillos (Ducal, Winston y Norton).
Se sabe que :
* Miguel no simpatiza con la "U".
* Al socio del Cristal le gusta el Gin.
* El que fuma Ducal es Periodista.
* El de la "U" toma Cerveza.
* El hincha de Alianza trabaja en "La República".
* Manuel disfruta cuando juega Cristal o lee a Neruda.
* Alberto fuma Winston.

¿Cuál es la profesión de Miguel y qué cigarrillo fuma?

a) Periodista ; Ducal
b) Poeta ; Winston
c) Poeta , Ducal
d) Periodista ; Winston.
e) Periodista ; Norton.

ENUNCIADO

Renato, Javier, Antonio y Santiago son escritor, historiador, periodista y filósofo aunque no necesariamente en ese orden. Todos ellos fuman, excepto uno y sus marcas de cigarrillos preferidos son Hamilton, Winston y Premier.
* El que prefiere Hamilton es vecino del filósofo y no es periodista.
* Antonio estudió con el historiador en el colegio y siempre ha preferido fumar Winston.
* Al escritor no le gusta los Hamilton porque prefiere cigarrillos más fuertes como Premier.
* Javier es más joven que el periodista y nunca ha fumado.
* El escritor es Renato y es más joven que el que fuma Hamilton.

53. ¿Quién es el escritor?

a) Renato. b) Javier.
c) Antonio. d) Santiago.
e) No se puede determinar.

54. Marcar lo verdadero :

a) Javier es filósofo y fuma Premier.
b) Renato es historiador y fuma Premier.
c) Santiago es periodista y no fuma.
d) Antonio es periodista y fuma Winston.
e) Renato es escritor y fuma Hamilton.

55. Se va a montar una escena teatral con cinco integrantes: Emilio, Sebastián, Manuel, Genara y Tránsito; representando cinco papeles : Juez, Abogado, Fiscal, Testigo y Acusado, sabiendo además que cada uno tendrá una característica diferente : Furioso, Tranquilo, Enojado, Alegre y Triste.
Se sabe que :

* El Juez estará tranquilo en escena.
* Genara será Fiscal.
* El papel de Testigo alegre se lo dieron a Manuel.
* Sebastián no será el Acusado en escena por que tendría que estar triste.
* A Tránsito le dieron el papel de Abogado y no estará Furiosa.

Marque la opción correcta :

a) Genara está enojada.
b) Emilio hará de Juez.
c) Manuel estará tranquilo.
d) Sebastián hará de Juez.
e) Genara estará tranquila.

56. Seis amigos : A, B, C; D; E y F viven en un edificio de 3 pisos que tienen dos departamentos por piso.
Si se sabe que :
* Tres departamentos tienen ventana a una avenida bien transitada y los otros tres a un apacible jirón.
* D vive en el tercer piso y está cansado del ruido producido por el intensivo tráfico.
* F vive en un piso más arriba que B, y éste más arriba que E.
* A le gusta contemplar el tráfico desde su balcón.

Son ciertas :
I. B vive en el segundo piso con ventana al jirón.
II. C vive en el primer piso con ventana a la avenida.
III. E vive en el tercer piso con ventana a la avenida.

a) Sólo I b) I y II c) I y III
d) Sólo III e) Todas

ENUNCIADO

Andrea, Paula, Elena, Sandra y Luz tienen distintas ocupaciones : actriz, bailarina, cantante, escultora y pintora, pero no necesariamente en ese orden. Todas ellas viven en un mismo edificio, pero en pisos diferentes : 1 ; 4 ; 7 ; 10 y 12.
* La que vive en el piso 4 conoce a la actriz y no es pintora.
* Andrea es amiga de la bailarina y vive en el piso 10.
* Paula es más alta que Elena y que la pintora, y vive en el piso 12.
* Elena es la escultora y es más alta que la que vive en el piso 4.
* La cantante vive en el piso 1 y es más alta que Sandra.

57. ¿Quién es la pintora?

a) Andrea. b) Cynthia. c) Sandra.
d) Luz. e) No se puede determinar.

58. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Andrea es actriz y vive en el piso 10.
b) Elena es escultora y vive en el piso 1.
c) Luz es pintora y vive en el piso 12.
d) Paula es actriz y vive en el piso 12.
e) Sandra es bailarina y vive más arriba que Elena.

59. Tres personas apellidadas Blanco, Rubio y Castaño se conocen en una reunión. Poco después de hacerse las presentaciones, la dama hace notar :
* Es muy curioso que nuestros apellidos sean Blanco, Rubio y Castaño, y que nos hayamos reunido aquí tres personas con ese color de cabello.
* Si que lo es –dijo la persona que tenía el pelo rubio–, pero había observado que nadie tiene el color de pelo que corresponde a su apellido.
* ¡Es verdad! –Exclamó quien se apellidaba Blanco.

Si la dama no tiene el pelo Castaño, ¿de qué color es el pelo de Rubio?

a) Rubio b) Blanco
c) Negro d) Castaño
e) Plomo

ENUNCIADO :

Cinco socios, Armando, Beatriz, Cecilia, Dante y Ernesto, han comprado un edificio de seis pisos. Cada socio vivirá en un piso diferente del edificio y el piso restante será para su oficina. La ubicación de los socios y de la oficina en el edificio se realizará de acuerdo a las siguientes condiciones:
* Armando vivirá dos pisos más arriba que Beatriz, pero dos pisos más abajo que Cecilia.
* La oficina deberá estar en un piso adyacente al departamento de Armando.

60. Si la oficina estará ubicada en el tercer piso, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
I. Dante y Ernesto vivirán en pisos adyacentes.
II. Beatriz y Ernesto vivirán en pisos adyacentes.
III. Cecilia vivirá en el último piso.

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) Sólo I y II e) Sólo II y III

Claves

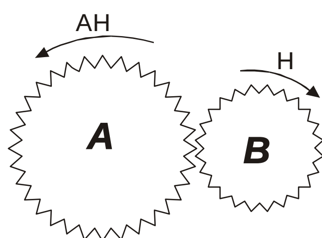
01.	c
02.	d
03.	c
04.	e
05.	b
06.	e
07.	b
08.	b
09.	d
10.	b
11.	d
12.	c
13.	a
14.	a
15.	b
16.	d
17.	e
18.	c
19.	c
20.	d
21.	d
22.	d
23.	e
24.	a
25.	e
26.	d
27.	b
28.	d
29.	b
30.	d

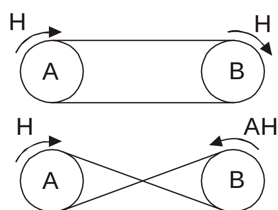
31.	d
32.	b
33.	c
34.	c
35.	d
36.	b
37.	e
38.	c
39.	d
40.	b
41.	a
42.	b
43.	a
44.	c
45.	a
46.	a
47.	d
48.	a
49.	c
50.	b
51.	c
52.	a
53.	a
54.	d
55.	d
56.	a
57.	a
58.	d
59.	b
60.	c

Capítulo 2 JUEGOS DE INGENIO

A. *TRANSMISIONES*

H : Horario ; AH : Antihorario

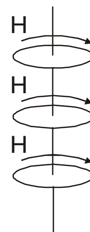




Como A es más grande que B,
Entonces :

A da menos vueltas que B

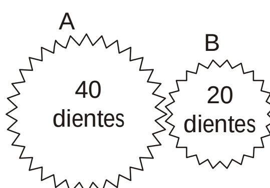
Ambos recorren la misma cantidad de dientes



Las ruedas ubicadas en un mismo eje giran a la misma velocidad y en el mismo sentido

Ejemplo :

Si la rueda A da 4 vueltas. ¿Cuántas vueltas dará la rueda B?



\# de dientes de A : n_A
\# de dientes de B : n_B
\# de vueltas de A : V_A
\# de vueltas de B : V_B

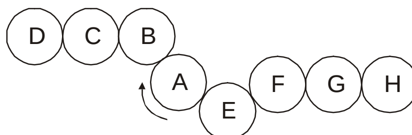
$$n_A \times V_A = n_B \times V_B$$

$$4 \times 40 = V_B \times 20$$

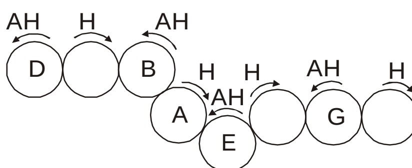
$$V_B = 8 \text{ vueltas}$$

Ejemplo :

¿Cuántas ruedas giran en sentido contrario a la rueda A?



Resolución :



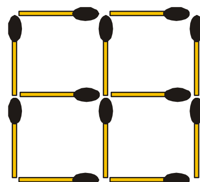
Contraria a la rueda "A" son : B, D, E y G.

Respuesta : 4 ruedas

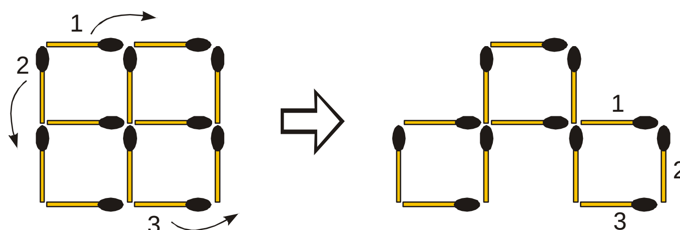
B. *CERILLAS*

Ejemplo :

La figura está formada por 12 palitos de fósforo. ¿Cuántos hay que mover como mínimo para obtener 3 cuadrados del mismo tamaño?. (No dejar cabo suelto)



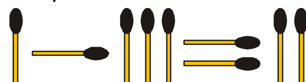
Resolución :



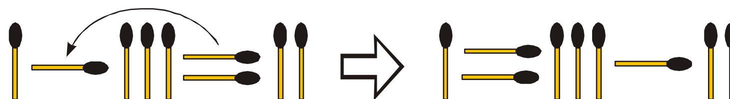
Respuesta : 3 palitos

Ejemplo :

¿Cuántos palitos hay que mover como mínimo para obtener una verdadera igualdad?



Resolución :



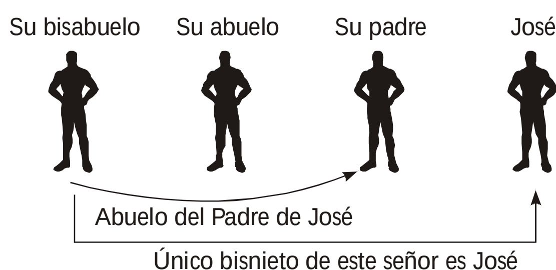
Respuesta : 1 palito

C. *PARENTESCO*

Ejemplo :

¿Quién es el único bisnieto del abuelo del padre de José?

Resolución :



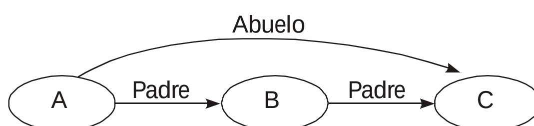
Respuesta : José

Ejemplo :

Sentados a la mesa están 2 padres, 2 hijos y un nieto. ¿Cuántas personas como mínimo están reunidas?

Resolución :

Para que exista el mínimo número de personas, 1 persona deberá cumplir 1, 2 o más roles dentro de una familia, así entonces un hijo puede ser padre a la vez.



Respuesta : 3 personas

D. RELACIÓN DE TIEMPO

Ejemplo :

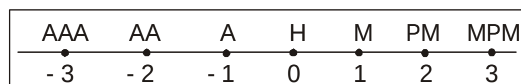
Si el mañana del pasado mañana es Lunes. ¿Qué día será el anteayer del mañana del pasado mañana de hace 2 días?

Resolución :

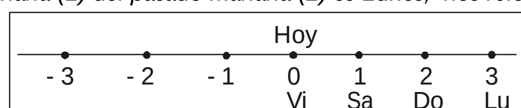
Considerando :

A : Ayer (-1)
AA : Anteayer (-2)
M : Mañana (1)
PM : Pasado Mañana (2)
H : Hoy (0)

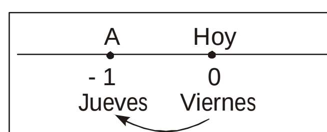
Luego :



Entonces cuando decimos el mañana (1) del pasado mañana (2) es Lunes, nos referimos a que: 1 + 2 = 3 es Lunes.



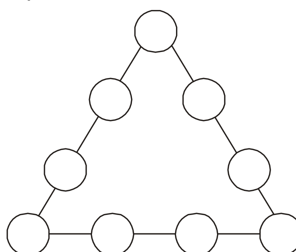
Nos preguntan : El anteayer (-2), del mañana (1), del pasado mañana (2), de hace 2 días (-2), nos referimos a que : -2 + 1 + 2 - 2 = - 1 es ....



Respuesta : Jueves

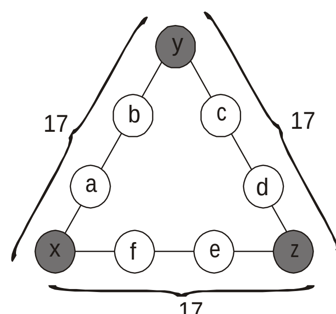
E. CONSTRUCCIONES

Coloque los números del 1 al 9, uno por círculo, de manera que las sumas de los números de cada lado sea igual a 17. Dar como respuesta la suma de los números que van en los vértices.



Resolución :

Primer Método



Del gráfico tenemos :

$$\begin{aligned} x + y + a + b &= 17 \\ y + z + c + d &= 17 \\ z + x + e + f &= 17 \end{aligned} \quad (+)$$

$x+y+z+x+y+z+a+b+c+d+e+f=51$ .... (1)

Pero $a + b + c + ... + f + x + y + z$ *es la suma de :*

$1 + 2 + 3 + ... + 9 = 45$

Entonces al reemplazar en (1) tenemos :

$x + y + z + 45 = 51$

$x + y + z = 6$

Segundo Método

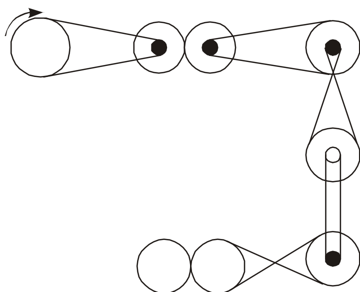
La suma real es : $1+2+3+......+9=\dfrac{9\times 10}{2}=45$

La suma supuesta : $17 + 17 + 17 = 51$

Esto quiere decir que hay un exceso de $51 - 45 = 6$ *y se debe a que los números colocados en los vértices se repiten (fueron contados en 2 oportunidades). Por lo tanto* $x + y + z = 6$

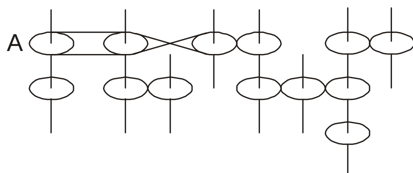
EJERCICIOS PROPUESTOS

01. ¿Cuántas ruedas giran en sentido antihorario?



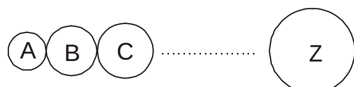
a) 2 b) 4 c) 3
d) 5 e) 6

02. ¿Cuántas ruedas giran en sentido opuesto a la rueda A?



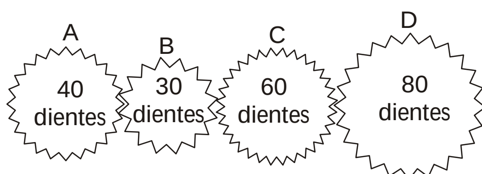
a) 4 b) 5 c) 3
d) 2 e) 6

03. La figura muestra los engranajes : A, B, C, ..., Z de 8; 12; 16 ; .... ; 64 dientes respectivamente; si "A" da 72 vueltas por minuto.
¿Cuántas vueltas dará Z en media hora?



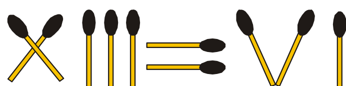
a) 9 b) 45 c) 270
d) 10 e) 300

04. Si la rueda "A" da 48 vueltas. ¿Cuántas vueltas más que "D" da "C"?



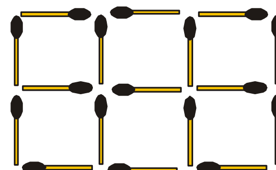
a) 16 b) 8 c) 12
d) 10 e) 7

05. ¿Cuántas cerillas hay que mover como mínimo para obtener una verdadera igualdad?



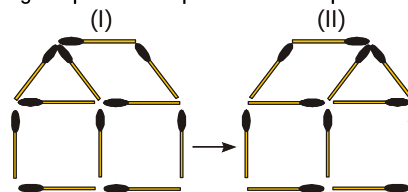
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

06. ¿Cuántos palitos hay que quitar como mínimo para obtener sólo 3 cuadrados del mismo tamaño que los originales? (No dejar cabo suelto)



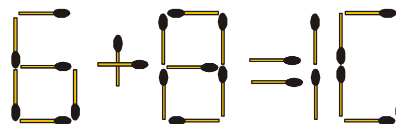
a) 4 b) 3 c) 6
d) 2 e) 5

07. ¿Cuántos palitos hay que mover como mínimo para que la figura pase de la posición I a la posición II?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

08. ¿Cuántos palitos hay que mover como mínimo para que la igualdad incorrecta que se da a continuación, se convierta en una igualdad verdadera?



a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

09. La hermana del hijo de la hermana del hijo del hermano de mi padre es mi :
a) Tía b) Hija c) Hermana
d) Sobrina e) Madre

10. Con siete monedas se forma la cruz mostrada.
¿Cuántas monedas hay que cambiar de posición para obtener una cruz con el mismo número de monedas en cada brazo?
(Dar el mínimo valor)



a) 3 b) 2 c) 1
d) 4 e) 5

11. El otro día en los jardines del parque escuché a dos personas la siguiente conversación : "Ten en cuenta que mi madre es la suegra de tu padre".
¿Qué parentesco une a las 2 personas?

a) Padre - hijo. b) Tío - sobrino.
c) Hermanos. d) Abuelo - nieto.
e) Padrino - ahijado.

12. En una reunión se encuentran presentes un abuelo, una abuela, 2 padres, 2 madres, 2 esposos, 2 esposas, una tía, 1 nuera, 1 nieto, una nieta, un cuñado y una cuñada.
¿Cuántas personas como mínimo se encuentran presentes en la reunión?

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 5

13. Si dentro de tres días ocurrirá que el mañana del antes de ayer del ayer del pasado mañana de ayer será jueves.
¿Qué día fue el pasado mañana del mañana del ayer de hace 3 días?

a) Martes b) Jueves
c) Miércoles d) Domingo
e) Lunes

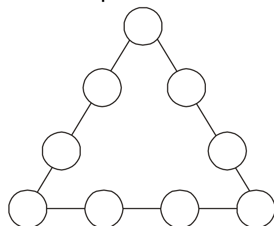
14. Sabiendo que el mañana del anteayer del mañana de pasado mañana será jueves.
¿Qué día fue el anteayer del ayer del mañana de hace 2 días?

a) Viernes b) Lunes
c) Domingo d) Jueves
e) Martes

15. Hace 2 días se cumplía que el anteayer del ayer de mañana era martes.
¿Qué día de la semana será, cuando a partir de hoy transcurran tantos días como los días que pasan desde el ayer de anteayer hasta el día de hoy?

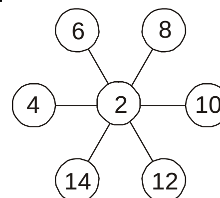
a) Lunes b) Martes
c) Jueves d) Sábado
e) Domingo

16. Coloque los números del 1 al 9, uno por círculo, de manera que las sumas de los números de cada lado del triángulo sea igual a 20. Dar como respuesta la suma de los números que van en los vértices



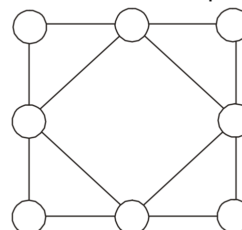
a) 17 b) 15 c) 9
d) 11 e) 10

17. ¿Por lo menos cuántos números deben ser cambiados de posición para que las sumas de los números unidos por una línea recta sean iguales y además sean la máxima suma posible?



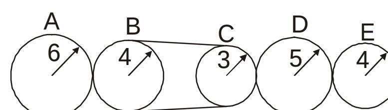
a) 6 b) 3 c) 5
d) 4 e) 2

18. Coloque las cifras del 1 al 8 en los círculos de los dos cuadrados para que los tres vértices de los triángulos pequeños sumen lo mismo.
¿Cuál es esa suma, si es la menor posible?



a) 10 b) 14 c) 12
d) 11 e) 13

19. Si la rueda "A" da 20 vueltas.
¿Cuántas vueltas da la rueda "E"?

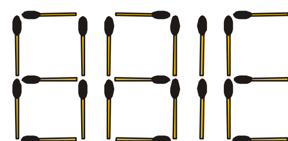


a) 25 b) 30 c) 28
d) 40 e) 35

20. Si el mañana del pasado mañana del ayer de mañana de hace 3 días es miércoles.
¿Qué día será el ayer del pasado mañana del mañana de pasado mañana?

a) Lunes b) Miércoles
c) Sábado d) Domingo
e) Martes

21. ¿Cuántos palitos debemos retirar como mínimo para dejar 6 en la figura?

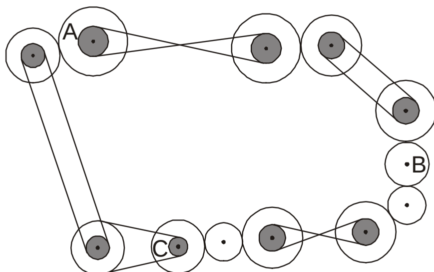


a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 17

22. Si el mañana del mañana del ayer del pasado mañana del mañana del ayer será jueves.
¿Qué día será dentro de 4 días?

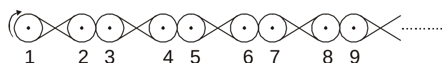
a) Lunes b) Domingo c) Sábado
d) Viernes e) Jueves

23. Si "A" gira en sentido antihorario, ¿en qué sentido giran "B" y "C" respectivamente?



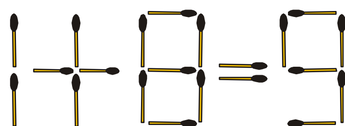
a) Horario - Antihorario.
b) Horario - Horario.
c) Antihorario - Horario.
d) Antihorario - Antihorario.
e) No se mueven.

24. ¿En qué sentido se moverán los engranajes 30; 52; 71? (Horario : H ; Antihorario : A)



a) H , H , H b) A , H , H
c) A , A , A d) A , A , H
e) H , A , H

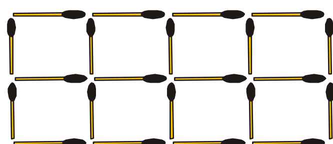
25. En la siguiente operación :



¿Cuántos palitos se deben mover como mínimo para obtener 132?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

26. En la figura mostrada hay 22 palitos del mismo tamaño y forma. Si cambiamos de posición 2 palitos.
¿Cuál es el máximo número de cuadrados que resultan en la figura?

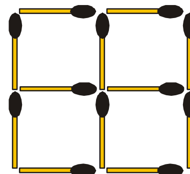


a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

27. El pasado mañana del ayer del mañana es Lunes. ¿Qué día será el anteayer de hace 2 días?

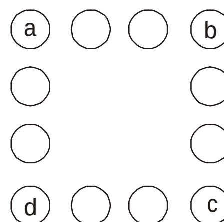
a) Miércoles b) Lunes
c) Martes d) Sábado
e) Viernes

28. ¿Cuántos palitos hay que quitar como mínimo para obtener 2 cuadrados de diferente tamaño? (No dejar cabo suelto).



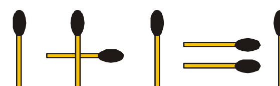
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

29. En la figura distribuir los números del 1 al 12 de modo que la suma de los números que se hallan en cada lado del cuadrado sea 22.
Dar como respuesta la suma de los números que van en los vértices, (a + b + c + d)



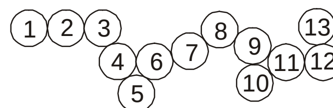
a) 12 b) 22 c) 10
d) 16 e) 18

30. ¿Cuántos palitos de fósforo se tendrán que mover como mínimo para que la siguiente igualdad resulte verdadera?



a) 3 b) 2 c) 1
d) 5 e) 4

31. Para que el sistema de engranajes se mueva ¿qué rueda(s) se debe(n) retirar?



a) 4 y 10 b) 5 y 10 c) 13 y 1
d) 11 y 6 e) 5 y 11

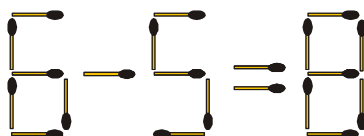
32. Si el mañana del pasado mañana, del ayer del anteayer de hace 2 días fue miércoles.
¿Qué día será el mañana de dentro de 3 días?

a) Lunes
b) Martes
c) Miércoles
d) Jueves
e) Sábado

33. Mi Tía Julia es la hermana de mi madre. Martha es la hermana de mi tía, pero no es mi tía.
¿Qué parentesco existe entre mi hermano Eduardo y Martha?

a) Sobrino - Tía.
b) Hijo - Madre.
c) Primo - Prima.
d) Hermano - hermana.
e) No se sabe.

34. Se sabe que la siguiente operación es incorrecta.
¿Cuántos palitos como mínimo deben cambiar de posición para que la operación sea correcta?



a) 2
b) 3
c) 1
d) 4
e) 5

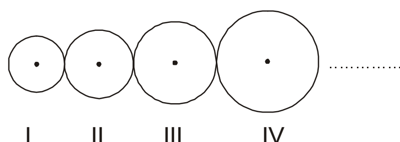
35. El señor Lazo tiene dos hijos únicamente, éstos a su vez son padres de Juan y Marco, respectivamente.
¿Quién es el único sobrino del padre del primo hermano del hijo del padre de Marco?

a) Juan
b) El Sr. Lazo
c) Mario
d) Marco
e) Iván

36. ¿Qué es respecto a mí el abuelo materno del mellizo de Leonel, si la madre de Leonel es la hermana de mi hermano gemelo?

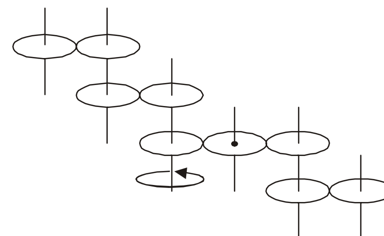
a) Abuelo
b) Hijo
c) Tío
d) Padre
e) Yerno

37. Si el engranaje V se mueve en sentido antihorario hacia donde giran los engranajes XVI y XXIII respectivamente.



a) No gira todo el sistema.
b) Antihorario - Horario.
c) Horario - Horario.
d) Horario - Antihorario.
e) Antihorario - Horario.

38. En el siguiente sistema de engranajes, ¿cuántos giran en sentido horario?

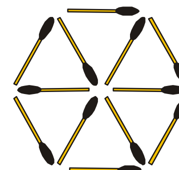


a) 3
b) 4
c) 2
d) 5
e) 6

39. Si el anteayer de mañana de pasado mañana será viernes.
¿Qué día fue ayer?

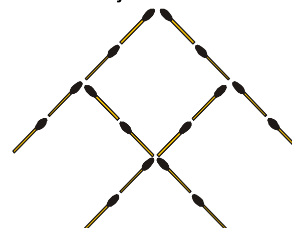
a) Miércoles
b) Lunes
c) Sábado
d) Jueves
e) Martes

40. ¿Cuántos palitos hay que retirar como mínimo para que no quede ningún triángulo?



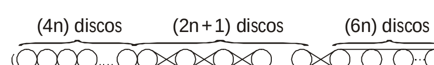
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

41. En la siguiente figura se realiza algunos movimientos de los palitos para formar dos figuras idénticas a la original pero más pequeñas.
Hallar el menor número de palitos que se debe mover para lograr dicho objetivo.



a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 12

42. En la figura, ¿cuántos discos giran en sentido horario?
Obs : $\forall n \in N$

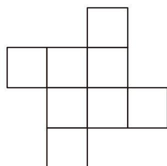


a) 7n + 2
b) 6n + 3
c) 7n + 1
d) 9n
e) 9n + 1

43. Jorge es el único compadre del padrino del único hijo de la madre de Ricardo. Si Jorge también es hijo único. ¿Qué parentesco tiene el bisnieto del padre de Jorge, con Ricardo?

a) Nieto b) Hermano c) Padre
d) Hijo e) Tío

44. Ubica los números : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ..... ; 9 en las casillas, sin repetir, de manera que en cada aspa del molino la suma sea la misma.
Entonces la suma mínima será :

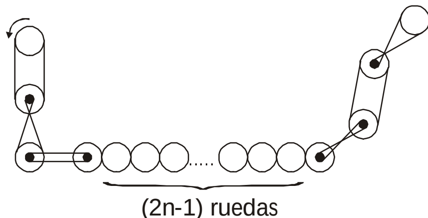


a) 13 b) 15 c) 16
d) 12 e) 14

45. Me preguntaron : ¿Cuántos hermanos tengo y respondí: Tengo 8, pero conmigo no somos 9; porque somos 6 y somos 4 y además porque soy el último y el primero. ¿De cuántas personas se habla?
(Sin contarme a mí)

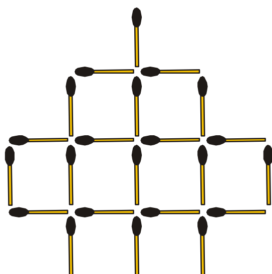
a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

46. ¿Cuántas ruedas se mueven en sentido horario?



a) (n - 5) b) (n + 3) c) (n + 2)
d) (n - 2) e) (n + 1)

47. ¿Cuál es el menor número de palitos de fósforo que se deben mover para cambiar la dirección de la nave?

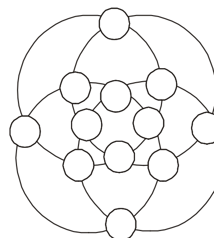


a) 3 b) 5 c) 6
d) 8 e) 10

48. Si el día de ayer fuese como hoy, faltarían 3 días para ser lunes.
¿Qué día será el ayer del pasado mañana de mañana de hoy?

a) Domingo b) Sábado
c) Miércoles d) Lunes
e) Martes

49. Coloque los números del 1 al 12 en los círculos pequeños de modo que cada aro sume lo mismo. Hay 4 aros, cada uno engarza 6 círculos.
¿Cuál es esta suma?



a) 44 b) 40 c) 39
d) 38 e) 41

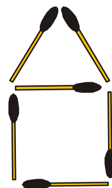
50. Gildder estaba mirando un retrato y alguien le preguntó : "¿De quién es esa fotografía?", a lo que él contestó: "Si soy hijo único; pero el padre de éste hombre es el hijo de mi padre". ¿De quién era la fotografía que estaba mirando Gildder?

a) De él mismo
b) De su tío
c) De su padre
d) De su primo
e) De su hijo

51. Colocar en los 12 casilleros los números del 1 al 12; sin repetición, de modo que la suma de los números de las dos filas sea la misma suma y la suma de los números de las 6 columnas sea la misma suma, distinta a la anterior.
Dar como respuesta el menor producto de 3 números ubicados en una misma fila.

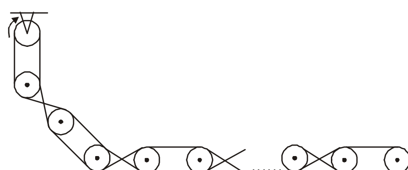
a) 12 b) 14 c) 16
d) 20 e) 21

52. ¿Cuántos palitos se deben cambiar de posición como mínimo de la siguiente figura, para obtener 4 triángulos equiláteros congruentes?



a) 5 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

53. En el siguiente sistema hay 90 engranajes, ¿cuál es la diferencia entre el número de engranajes que giran en sentido horario con los que giran en sentido antihorario?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

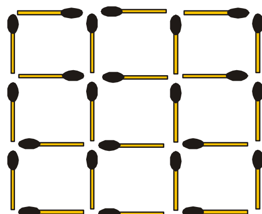
54. Si el día de mañana fuese como pasado mañana, entonces faltarían 2 días a partir de hoy para ser domingo.
¿Qué día de la semana será el mañana del ayer de hoy?

a) Sábado b) Viernes
c) Domingo d) Jueves
e) Miércoles

55. En una reunión están presentes un bisabuelo, 3 hijos, 3 padres, 2 nietos y un bisnieto. Cada uno lanzó dos dados obteniendo entre todos 17 puntos. Si todos excepto el bisabuelo obtuvieron el mismo valor cada uno y la cantidad de personas reunidas es la mínima. ¿Cuál es el máximo valor obtenido por el bisabuelo?

a) 9 b) 7 c) 11
d) 5 e) 10

56. ¿Cuántos palitos se deben retirar como mínimo, para obtener una figura formada por sólo 5 cuadrados iguales?



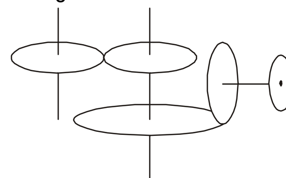
a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

57. Escriba en cada cuadro los números del 1 al 8, con la condición de que la diferencia entre dos números vecinos no sea nunca menor que 4.
Hallar la suma de los extremos.



a) 8 b) 7 c) 9
d) 6 e) 10

58. ¿Cuántas ruedas giran en sentido horario?

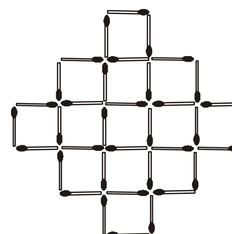


a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) 0

59. En un cierto mes existen 5 viernes, 5 sábados y 5 domingos. ¿Qué día será el 8 del siguiente mes?

a) Lunes b) Martes
c) Miércoles d) Domingo
e) Sábado

60. Observe Ud. la siguiente figura :



¿Cuántos palitos de fósforo habrá que retirar como mínimo para que solamente queden nueve cuadrados, sin alterar su eje de simetría?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

Claves

01.	c	31.	b
02.	a	32.	b
03.	c	33.	b
04.	b	34.	c
05.	b	35.	d
06.	e	36.	d
07.	a	37.	d
08.	d	38.	b
09.	d	39.	a
10.	b	40.	c
11.	b	41.	c
12.	b	42.	d
13.	e	43.	d
14.	a	44.	b
15.	b	45.	b
16.	b	46.	b
17.	b	47.	a
18.	c	48.	d
19.	b	49.	c
20.	d	50.	e
21.	c	51.	e
22.	d	52.	d
23.	e	53.	b
24.	d	54.	d
25.	b	55.	c
26.	e	56.	b
27.	c	57.	c
28.	b	58.	d
29.	c	59.	a
30.	c	60.	a

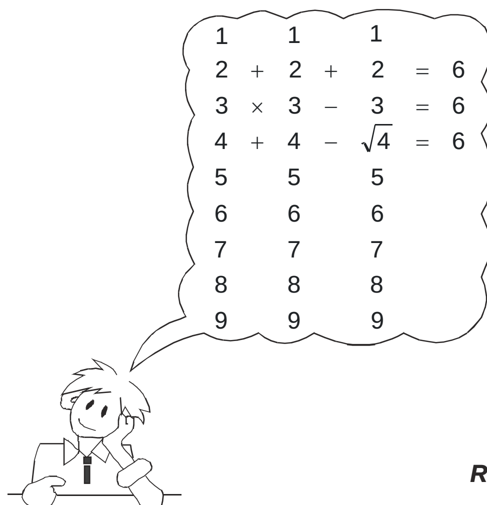
Capítulo

3

HABILIDAD OPERATIVA

INTRODUCCIÓN

Al niño ***Trilcito*** se le pide que obtenga como respuesta 6 en cada fila, utilizando cualquier operación matemática conocida ¿Cómo resolvió el niño trilcito el siguiente desafio?



Respuesta : ....

Como usted notará el niño ***Trilcito*** tiene que utilizar sus habilidades aritméticas con un razonamiento que le permita resolver el desafio.
En consecuencia el capítulo que desarrollamos ahora, titulado como "***Habilidad Operativa***" consiste en desarrollar problemas aritméticos, algebráicos, geométricos, que aparentemente son operativos; pero con ingenio y habilidad en las operaciones, se podrá resolver de manera más simple y menos operativa.
A continuación desarrollamos algunos problemas para que usted tenga la idea más clara de lo que trata el tema.

01. Se sabe que :

$$\overline{ROMCHIP} \times 9999999 = \overline{ROMCHIE8765432}$$

Calcular :

$$S = \frac{C+H+I+P+E}{R+O+M+E}$$

Resolución :

Para resolver éste problema observen lo siguiente :

$$8 \times 9 = \boxed{7}2 \longrightarrow 7\ 2 \quad (-1)$$

Suman 9

$$17 \times 99 = \boxed{16}83 \longrightarrow 1\ 6\ 8\ 3 \quad (-1)$$

Suman 9

$$486 \times 999 = \boxed{485}514 \longrightarrow 4\ 8\ 5\ 5\ 1\ 4 \quad (-1)$$

Suman 9

Aplicando en el problema :

$$\overline{ROMCHIP} \times 9999999 = \overline{ROMCHIE8765432}$$

Suman 9

Se deduce :

R = 1 ; O = 2 ; M = 3 ; C = 4 ; H = 5 ; I = 6 ; E = 7

Luego, reemplazando tenemos :

$$\overline{123456P} \times 9999999 = \boxed{1234567}8765432$$

(− 1 ; + 1)

Entonces : P = 8

Piden :

$$S = \frac{C+H+I+P+E}{R+O+M+E} = \frac{4+5+6+8+7}{1+2+3+7}$$

$$\therefore S = \frac{30}{13} = 2\frac{4}{13}$$

02. Hallar la suma de las cifras del resultado de la siguiente serie :

$$\underbrace{88+988+9988+99988+......}_{98\ \text{sumandos}}$$

Resolución :

Acomodamos convenientemente a los sumandos y luego a cada uno le sumamos 12, para hacer más fácil la suma.

1º	8 8 +	(+12) →	1 0 0 +
2º	9 8 8	(+12) →	1 0 0 0
3º	9 9 8 8	(+12) →	1 0 0 0 0
4º	9 9 9 8 8	(+12) →	1 0 0 0 0 0
⋮	⋮	⋮	⋮
98º	9 9 9 ...... 9 9 8 8	(+12) →	1 0 0 .... 0 0 0 0
			1 1 1 .... 1 1 0 0

Notamos que cada sumando aumenta en una cifra, eso quiere decir que la suma final tendrá 100 cifras

A la suma final le restamos la cantidad de doce (12) que hemos sumado, para así hallar la suma verdadera :

$$\begin{array}{r} \overbrace{1\ 1\ 1 \cdots 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0}^{100\ \text{cifras}} - \\ 1\ 1\ 7\ 6 \\ \hline \underbrace{\boxed{1\ 1\ 1 \cdots 1\ 0\ 9\ 9\ 2\ 4}}_{100\ \text{cifras}} \end{array}$$

1 1 7 6 ⟶ (98 × 12)

1 1 1 .... 1 0 9 9 2 4 ⟶ Suma real

Suma de cifras :

$$95(1) + 0 + 9 + 9 + 2 + 4 = 119$$

03. Se sabe que :

$$\underbrace{95^2+995^2+9995^2+...}_{95\ \text{sumandos}} = \overline{.....TRILCE}$$

Calcular :

$$T - R + I - L + C - E$$

Resolución :
Observen lo siguiente :

$95^2 = 9|5^2| = 90|25|$
$\times 10 \longrightarrow$ Consecutivo del 9

$995^2 = 99|5^2| = 9900|25|$
$\times 100 \longrightarrow$ Consecutivo del 99

$9995^2 = 999|5^2| = 999000|25|$
$\times 1000 \longrightarrow$ Consecutivo del 999

Apliquemos esto en el problema :

$$\begin{array}{rcr} 95^2 & = & 9025\ + \\ 995^2 & = & 990025 \\ 9995^2 & = & 99900025 \\ 99995^2 & = & 9999000025 \\ 999995^2 & = & 999990000025 \\ 9999995^2 & = & 99999900000025 \\ \vdots & & \vdots \\ \hline & & \ldots TRILCE \end{array}$$

95 sumandos

Sumando c/u de las 6 últimas columnas se obtiene :

* 95(5) = 47(5) → **E**
* 95(2) + 47 = 23(7) → **C**
* 95(0) + 23 = 2(3) → **L**
* 9 + 94(0) + 2 = 1(1) → **I**
* 9 + 93(0) + 1 = 1(0) → **R**
* 9 + 9 + 92(0) + 1 = 1(9) → **T**

Piden :

T − R + I − L + C − E
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
9 − 0 + 1 − 3 + 7 − 5

$\underbrace{9 - 0 + 1}_{10} - \underbrace{3 + 7 - 5}_{1}$ (se lee 10 − 1 = 9)

$= 9$

04. Si : a + b + c = 0

Calcular : $N = \dfrac{a}{b+c} + \dfrac{b}{a+c} + \dfrac{c}{a+b}$

Resolución :
De la condición se despeja :
* b + c = − a
* a + c = − b
* a + b = − c

Reemplazando :

$$N = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$$

$$N = \frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{-c}$$

$$N = -1 - 1 - 1 = -3$$

05. Deduzca el valor de x, sabiendo $x \neq 1$ y además :

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x}-1}}{3} + \frac{3}{\sqrt{\sqrt{x}-1}} = 2$$

Resolución :
Hacemos un cambio de variable :

$$\sqrt{\sqrt{x}-1} = a$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{3}{a} = 2$$

$$\frac{a^2+9}{3a} = 2$$

$$a^2 + 9 = 6a$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$(a-3)^2 = 0$$

$$a - 3 = 0$$

$$a = 3$$

Luego :

$$\sqrt{\sqrt{x}-1} = 3$$

$$\sqrt{x} - 1 = 9$$

$$\sqrt{x} = 10$$

$$\therefore\ x = 100$$

06. Si : $\sqrt{x+\sqrt{y}} - \sqrt{x-\sqrt{y}} = 12\sqrt{y}$; $\sqrt{y} \neq 0$

Además : $M = \sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}}$

Resolución :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Dato :} & 12\sqrt{y} = \sqrt{x+\sqrt{y}} - \sqrt{x-\sqrt{y}} \\ \text{Piden :} & M = \sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}} \end{array}\right\} x$$

$$\left(12\sqrt{y}\right)(M) = \underbrace{\left(\sqrt{x+\sqrt{y}} - \sqrt{x-\sqrt{y}}\right)\left(\sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}}\right)}_{\text{diferencia de cuadrados}}$$

$$\left(12\sqrt{y}\right)(M) = \left(\sqrt{x+\sqrt{y}}\right)^2 - \left(\sqrt{x-\sqrt{y}}\right)^2$$

$$\left(12\sqrt{y}\right)(M) = x + \sqrt{y} - x + \sqrt{y}$$

$$\left(12\sqrt{y}\right)(M) = 2\sqrt{y}$$

$$\therefore M = \frac{1}{6}$$

07. ¿En qué cifra termina el resultado de la siguiente expresión?

$$S = (43^{44} + 42^{43}) \times 675^{42} - 46^{41} - 51^{40}$$

Resolución :

Para resolver éste problema debemos tener en cuenta lo siguiente :

$$\left.\begin{array}{l} 1^o\ (N^o\ impar)^n = N^o\ impar \\ 2^o\ (N^o\ par)^n = N^o\ par \\ \left.\begin{array}{l} 3^o\ (\overline{....5})^n = \overline{....5} \\ 4^o\ (\overline{....6})^n = \overline{....6} \\ 5^o\ (\overline{....1})^n = \overline{....1} \end{array}\right\} \text{Números Cíclicos} \end{array}\right\} \forall n \geq 1$$

Aplicando en el problema :

$$S = (\underset{Impar}{43^{44}} + \underset{Par}{42^{43}}) \times 675^{42} - 46^{41} - 51^{40}$$

$$S = (Impar + Par) \times \overline{.....5} - \overline{.....6} - \overline{.....1}$$

$$S = (Impar) \times \overline{.....5} - \overline{.....7}$$

$$S = \overline{.....5} - \overline{.....7}$$

$$\therefore S = \overline{.....8}$$

08. ¿En qué cifra termina el resultado de la siguiente expresión?

$$A = (22222)^{(44444)^{\overline{TRILCE}}}$$

Resolución :

Para resolver este problema hay que tener en cuenta lo siguiente :

2^1	=	2	2^5	=	32	2^9	=	512
2^2	=	4	2^6	=	64	2^{10}	=	1024
2^3	=	8	2^7	=	128	2^{11}	=	2048
2^4	=	16	2^8	=	256	2^{12}	=	4096 ....

de esto se deduce que: $2^{\overset{o}{4}} = \overline{.......6}$

En el problema :

$$A = \left(22222\right)^{(44444)^{\overline{TRILCE}}} \rightarrow \overset{o}{4}$$

$$\rightarrow A = \left(\overline{.....2}\right)^{\overset{o}{4}}$$

$$\therefore A = \overline{........6}$$

09. Calcule el valor de la siguiente expresión :

$$A = 0,27^3 + 0,81 \times 0,73^2 + 0,73^3 + 2,19 \times 0,27^2$$

Resolución :

Ordenando la expresión tenemos :

$$A = 0{,}27^3 + 2{,}19 \times 0{,}27^2 + 0{,}81 \times 0{,}73^2 + 0{,}73^3$$

$$A = (0{,}27)^3 + 3(0{,}27)^2(0{,}73) + 3(0{,}27)(0{,}73)^2 \times (0{,}73)^3$$

Sabemos : $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$

$$\Rightarrow A(0{,}27 + 0{,}73)^3$$

$$A = (1{,}00)^3$$

$$\therefore A = 1^3 = 1$$

10. Calcular :

$$E = \sqrt[3]{99 \times 100 \times 101 + 10\sqrt[3]{9 \times 10 \times 11 + 10}}$$

Resolución :

Trabajando por partes :

$$\sqrt[3]{9 \times 10 \times 11 + 10}$$

$$\sqrt[3]{(10-1)(10)(10+1) + 10}$$

Diferencia de cuadrados

$$\sqrt[3]{(10^2-1)(10)+10}$$

$$\sqrt[3]{(10^3 - 10) + 10} = 10$$

Reemplazando en la expresión :

$$E = \sqrt[3]{9 \times 100 \times 101 + 10 \times 10}$$

$$E = \sqrt[3]{(100-1)(100)(100+1) + 100}$$

Diferencia de cuadrados

$$E = \sqrt[3]{(100^2-1)(100)+100}$$

$$\therefore E = \sqrt[3]{(100^3 - 100) + 100} = 100$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si :

$$\underbrace{4+44+444+...}_{24\ \text{sumandos}} = ...\overline{PERU}$$

Hallar : P + E + R + U

a) 10 b) 18 c) 16
d) 15 e) 17

02. Hallar : S + U + K + Y, si :

$$\left.\begin{array}{rrrr} & & & 9\ + \\ & & 9 & 9 \\ & 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 & 9 \\ & & & \vdots \\ ...9 & 9 & 9 & 9 \end{array}\right\} 21 \text{ sumandos}$$

$$\overline{...\ S\quad U\quad K\quad Y}$$

a) 17 b) 18 c) 19
d) 16 e) 20

03. Calcular (a + b), si sabe que :

$$\underbrace{\overline{a5}+\overline{b5}^2+\overline{a5}^3+\overline{b5}^4+...}_{\overline{a67}\ \text{sumandos}} = \sqrt{...\overline{ab}}$$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 7 e) 9

04. Calcular :

$$\overline{CAM}+\overline{PE}+\overline{ON}$$

Se sabe que :

$$\overline{CAMPEON}\times 9999999 = ...4321568$$

a) 683 b) 681 c) 692
d) 694 e) 656

05. Calcular el producto de las cifras del resultado de efectuar :

$$E=\frac{37}{53}+\frac{3737}{5353}+\frac{373737}{535353}+...(159 \text{ sumandos})$$

a) 3 b) 5 c) 4
d) 2 e) 1

06. Si :

$$R\times\overline{CHI}=492$$

$$\overline{CHI}\times M=615$$

Calcular :

$$0,\overline{ROM}\times C,\overline{HI} \quad ; 0 = \text{cero}$$

(Dar como respuesta la suma de las cifras de la parte decimal).

a) 25 b) 28 c) 26
d) 27 e) 29

07. ¿En qué cifra termina el resultado de :

$$E=(23^7+12^5)\times 115^2-26^3-31^6 \text{ ?}$$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

08. Calcule la suma de cifras del resultado :

$$E=\underbrace{111...1113}_{50\ \text{cifras}}{}^2-\underbrace{111...1111}_{50\ \text{cifras}}{}^2$$

a) 204 b) 216 c) 212
d) 208 e) 312

09. Calcular :

$$R=75^2\times 999999$$

Y dar como respuesta la suma de las cifras del resultado.

a) 52 b) 54 c) 60
d) 62 e) 56

10. Reducir :

$$E=\sqrt[8]{4\times 6\times 26\times 626+1}$$

a) 5 b) 10 c) 25
d) 125 e) 625

11. Hallar el valor de :

$$R=\sqrt[4]{\frac{4\times 6\times 26+1}{5\times 7\times 37+1}}$$

a) $\frac{3}{4}$ b) 1 c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{5}{6}$ e) 2

12. Reducir :

$$J=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)......\left(1+\frac{1}{50}\right)$$

a) 51 b) 25 c) 28,5
d) $\frac{49}{2}$ e) $\frac{51}{2}$

13. Calcular : a + b + b
Si : $\overline{abb}\times 999 = ...378$
a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

14. Si :
$N\times 375 = ...625$
$N\times 427 = ...021$
Hallar las 3 últimas cifras de $N\times 156$

a) 188 b) 243 c) 172
d) 178 e) 125

15. Si :

$$\underbrace{1+12+123+1234+...}_{9\ \text{sumandos}} = \overline{...abc} - 90$$

Hallar : a + b + c

a) 12 b) 5 c) 17
d) 8 e) 16

16. ¿Cuál es la última cifra del producto?

$$S = (1^3+1)(2^3+1)(3^3+1)(4^3+1)...(20^3+1)$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 6

17. Hallar : N + E + N + A en :

$$\left.\begin{array}{r} 2\ + \\ 2\ 8 \\ 2\ 8\ 2 \\ 2\ 8\ 2\ 8 \\ \vdots \end{array}\right\} 28 \text{ sumandos}$$
$$\overline{\cdots\ N\ E\ N\ A}$$

a) 18 b) 17 c) 1 6
d) 19 e) 15

18. Usando exclusivamente "4 cifras 4" (4444) qué número es imposible formar, usar sólo las 4 operaciones básicas.

a) 15 b) 11 c) 5
d) 16 e) 17

19. Hallar : $\underbrace{a+a+a+...+a}_{(a+b+c)\ \text{sumandos}}$

Si : $\overline{1a}+\overline{2a}+\overline{3a}+...+\overline{9a} = \overline{bc1}$

a) 315 b) 153 c) 96
d) 536 e) 110

20. ¿Cuál es el resultado de la expresión?

E = (x – a) (x – b) (x – c) ... (x – z)

a) x b) x^x c) 1
d) 0 e) x^2

21. Si :

$$\underbrace{5^2+15^2+25^2+35^2+45^2+...}_{41\ \text{sumandos}} = \sqrt{\overline{...ma}}$$

Hallar :

m + a + m + a

a) 12 b) 7 c) 15
d) 10 e) 14

22. Si :

$$\underbrace{3+35+353+3535+...}_{20\ \text{sumandos}} = \overline{...AVA}$$

Hallar :

A + V + A

a) 5 b) 3 c) 10
d) 8 e) 9

23. Si :

$$(15^2+25^2+35^2+...+95^2)^2 = \overline{...ab}$$

Calcular : b^a

a) 25 b) 49 c) 86
d) 81 e) 32

24. Se sabe que :

$$C = (\underbrace{111...1}_{15\ \text{cifras}}) \quad H = (\underbrace{222...2}_{30\ \text{cifras}}) \quad I = (\underbrace{333...3}_{60\ \text{cifras}})$$

Calcular la suma de las cifras del resultado de :

(C + H + I)

a) 225 b) 255 c) 155
d) 125 e) 120

25. Indicar en qué cifra termina el resultado de :

$$A = 777^{98} + 333^{33} + 999^{99}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

26. Efectúe la operación y dé como respuesta la suma de cifras del resultado :

$$\frac{40}{37}+\frac{4040}{3737}+\frac{404040}{373737}+\frac{40404040}{37373737}...$$

Si en total hay 222 sumandos

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

27. Hallar : L + U + C + H + O

Si :

$$\left.\begin{array}{r} 4\ + \\ 4\ 6 \\ 4\ 6\ 4 \\ 4\ 6\ 4\ 6 \\ 4\ 6\ 4\ 6\ 4 \\ \vdots \\ \cdots\ 6\ 4\ 6\ 4\ 6 \end{array}\right\} 80 \text{ sumandos}$$
$$\overline{\cdots\ L\ U\ C\ H\ O}$$

a) 18 b) 19 c) 20
d) 16 e) 22

28. Calcular la suma de las cifras del resultado de :

$$E=\frac{1}{25}\times\sqrt{30\times35\times40\times45+625}$$

a) 4   b) 5   c) 6
d) 10   e) 8

29. Calcular la suma de cifras del resultado de :

$$M=(888889)^2-(111112)^2$$

a) 60   b) 80   c) 84
d) 72   e) 86

30. Si : $(a+b+c)^2=\overline{a25}$
Calcular : $A=\overline{ba3}+\overline{cb2}+\overline{4ac}+\overline{acb}$

a) 2093   b) 2000   c) 2088
d) 1090   e) 2320

31. Calcular : A + B + C + D
Si se sabe :

$$\overline{ABCD}\times999999=......992468$$

a) 13   b) 15   c) 7
d) 17   e) 10

32. Calcular a + b en :

$$(509)^2+(605)^2+(706)^2+(802)^2=\overline{....ab}$$

a) 8   b) 9   c) 10
d) 11   e) 12

33. Hallar : a + b

$$(176)^2+(276)^2+(376)^2+(476)^2=\overline{....ab}$$

a) 14   b) 13   c) 15
d) 10   e) 4

34. Si : $\overline{....3518}\times9999=\overline{.....abcd}$
Calcular :

$$\frac{5(a\cdot b\cdot c\cdot d)}{a+b+c+d}$$

a) 48   b) 96   c) 16
d) 460   e) 240

35. Si :

$$M=\{[[\triangle 5+\triangle 7]-\triangle 8]\times\triangle 6\}+\triangle 4$$

Cambiar de posición algunos números de la expresión "M" y determinar el máximo valor entero de dicha expresión.

a) 71   b) 75   c) 77
d) 61   e) 76

36. $S=\sqrt[4]{3\times5\times17\times257\times65537+1}$

a) 256   b) 512   c) 64
d) 128   e) 1024

37. Si :

$$\underbrace{111^1+115^2+116^3+211^4+215^5+216^6+...}_{2005\ \text{sumandos}}=\sqrt{\overline{....mn}}$$

Hallar :

$$(m+n)n^m$$

a) 175   b) 200   c) 225
d) 625   e) 5

38. Si :

$$\underbrace{1+12+123+1234+...}_{9\ \text{sumandos}}=\overline{...abc}+68$$

Calcular : $E=(a\times b\times c)^2$
Y dar como respuesta la suma de las cifras del resultado.

a) 12   b) 9   c) 13
d) 14   e) 15

39. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$E=243\times\underbrace{1001001001...}_{20\ \text{cifras}\ 1}$$

a) 184   b) 178   c) 180
d) 175   e) 200

40. Calcule la suma de cifras del resultado de :

$$E=999974\times999995$$

a) 54   b) 61   c) 58
d) 55   e) 59

41. Calcular el valor de "E" y dar como respuesta la suma de sus cifras :

$$E=\sqrt{425\times375\times160625+625\times625}$$

a) 2   b) 6   c) 7
d) 11   e) 15

42. Hallar la suma total de todos los números de 20 cifras cuya suma de cifras sea 179.
(Dar como respuesta la suma de sus cifras)

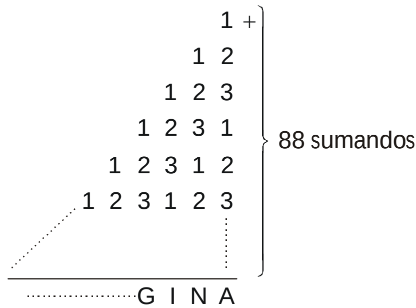
a) 169   b) 180   c) 170
d) 145   e) 165

43. Si : $N^3=...376$
Calcular : "a + b + c" en :

$$N^3+N^6+N^9+...+N^{90}=\overline{...abc}$$

a) 9   b) 10   c) 12
d) 15   e) 13

44. Calcular : G + I+ N + A



a) 14 b) 15 c) 12
d) 17 e) 16

45. Resolver :

$$A=\left[\frac{(1984)(2016)+256}{(959)(1041)+1681}\right]^5$$

a) 32 b) 64 c) 128
d) 256 e) 1024

46. Si :

$$\overline{ABCDEF}\times\underbrace{999....999}_{\text{"n" cifras}}=....634528$$

$n\geq 6$

Calcular :

$$\left(\frac{A+B+C+D}{E+F}\right)^2$$

a) 4 b) 9 c) 16
d) 25 e) 36

47. Calcular :

$$M=\sqrt[12]{\frac{531438\times531444+9}{727\times731+4}}$$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 9

48. Calcular : $(a+b+a)^2$

$$\underbrace{9^2+99^2+999^2+...}_{49\text{ términos}}=...\overline{aba}$$

a) 360 b) 144 c) 400
d) 420 e) 500

49. Calcule la suma :

$$\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}}+$$
$$....+\sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$$

a) 98,49 b) 99,50 c) 99,49
d) 98,50 e) 100

50. Reducir :

$$L=\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)....$$
$$....\left(1-\frac{1}{10000}\right)$$

a) $\frac{100}{101}$ b) $\frac{100}{2001}$ c) $\frac{101}{200}$

d) $\frac{101}{100}$ e) $\frac{2001}{100}$

51. Calcular el valor de "N" y dar como respuesta la suma de sus cifras en :

$$N=\underbrace{(999...9992)}_{(n-3)\text{ cifras}}\times\underbrace{(999...998)}_{(n-3)\text{ cifras}}$$

a) 9n + 18 b) 9n - 20 c) 9n + 27
d) 9n - 29 e) 9n + 20

52. Hallar la suma de las cifras de la suma total de :

$$\underbrace{2+92+992+9992+...}_{92\text{ sumandos}}$$

a) 101 b) 106 c) 103
d) 105 e) 102

53. Si :

$$3{,}4205\times10^a=\underbrace{0{,}000...0034205}_{(b+2)\text{ cifras}}$$

Calcular :

(5 + 3a)

a) – 3b + 18 b) 3b + 10
c) – 3b + 14 d) – 3b + 12
e) 3b + 15

54. Si :

$$m=\frac{1}{a-b}\quad;\quad n=\frac{1}{a+b}$$

Calcular el valor de "E", si :

$$E=\left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}\right)\times\left(\frac{ab}{a^2+b^2}\right)$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$

d) 2 e) $\frac{1}{5}$

55. Si :

$$\overline{(abc4)}^{\overline{mn}+32} = \overline{...6}$$

Además :

$$(\underbrace{999...99}_{n\ cifras})^{n^2} = \overline{...(x-5)}$$

Calcule : x

a) 1 b) 9 c) 7
d) 3 e) 6

56. Tenemos :

$a^2 - b^2 = 11$

$(....)^2 - (....)^2 = 111$

$(.......)^2 - (.......)^2 = 1111$

$\vdots$

$x^2 - y^2 = \underbrace{111.....11}_{100\ cifras}$; $x, y \in N$

Hallar la suma de las cifras del resultado de x + y

a) 12 b) 26 c) 35
d) 82 e) 100

57. Hallar el resultado de M y dar como respuesta la suma de sus cifras.

$$M = (\underbrace{\overline{mmm....m}}_{100\ veces})^2$$

Además :

$$m = \sqrt[2^{20}]{\underbrace{2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 \times ...}_{21\ factores} + 1}$$

a) 900 b) 600 c) 1800
d) 450 e) 990

58. Hallar el valor de "A"

$$A = \sqrt{\frac{224 \times 226 \times 50626 + 1}{9^4 \times 5^8}}$$

a) 1 b) 2 c) 15
d) 225 e) 22

59. Si :

$N \times 23 = ...927$

$N \times 25 = ...225$

Halle las 3 últimas cifras de $N \times 42$ y de como respuesta la suma de dichas cifras.

a) 10 b) 15 c) 13
d) 9 e) 12

60. Simplificar :

$$E = \sqrt[3]{\frac{(1 + 1023 \times 1025) \times 9 \times 111}{37 \times 32^4}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 5 e) 7

Claves

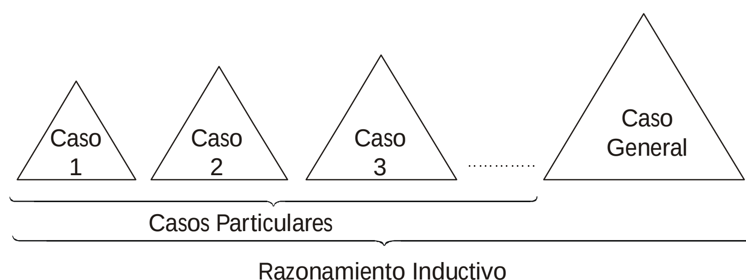
01.	b
02.	b
03.	d
04.	a
05.	e
06.	d
07.	b
08.	a
09.	b
10.	a
11.	d
12.	e
13.	d
14.	a
15.	e
16.	a
17.	c
18.	b
19.	b
20.	d
21.	e
22.	b
23.	a
24.	b
25.	b
26.	a
27.	c
28.	d
29.	d
30.	c

31.	d
32.	c
33.	e
34.	b
35.	c
36.	a
37.	c
38.	b
39.	c
40.	d
41.	c
42.	a
43.	b
44.	a
45.	e
46.	a
47.	b
48.	c
49.	a
50.	c
51.	d
52.	c
53.	c
54.	a
55.	e
56.	e
57.	a
58.	a
59.	c
60.	d

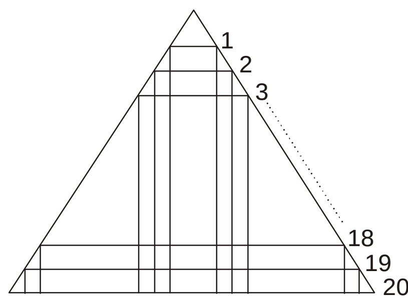
Capítulo

4 MÉTODO INDUCTIVO

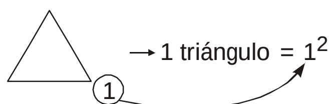
El ***MÉTODO INDUCTIVO*** crea leyes a partir de la observación de los hechos, mediante la generalización del comportamiento observado; en realidad, lo que realiza es una especie de generalización, sin que por medio de la lógica pueda conseguir una demostración de las citadas leyes o conjunto de conclusiones. Estas conclusiones podrían ser falsas y, al mismo tiempo, la aplicación parcial efectuada de la lógica podría mantener su validez; por eso, el ***método inductivo*** necesita una condición adicional, su aplicación se considera válida mientras no se encuentre ningún caso que no cumpla el modelo propuesto.



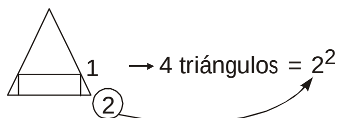
Ejemplo 1
¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



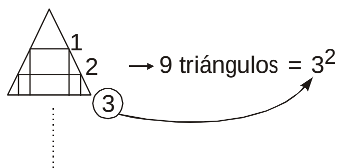
RESOLUCIÓN :
Analizando por partes, tenemos :
Caso 1



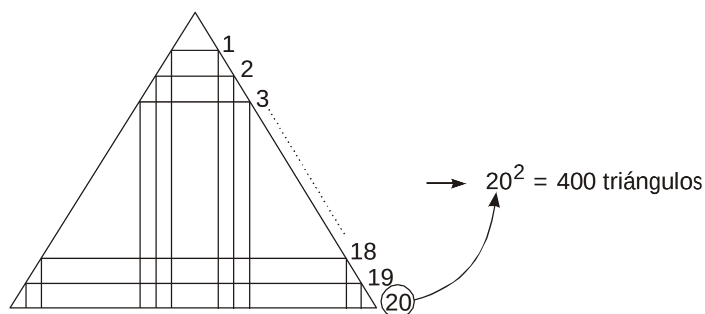
Caso 2



Caso 3



En el problema :



Ejemplo 2

Hallar la suma de las cifras del resultado de : $E = (\underbrace{999....995}_{101\ \text{cifras}})^2$

RESOLUCIÓN :

Analizando por partes, tenemos :

		Resultado		***Suma de cifras***
$\underbrace{9}5^2$	=	9025	→	$①\times 9+7$
$\underbrace{99}5^2$	=	990025	→	$②\times 9+7$
$\underbrace{999}5^2$	=	99900025	→	$③\times 9+7$
$\underbrace{9999}5^2$	=	9999000025	→	$④\times 9+7$
$(\underbrace{999...995}_{100\ \text{cifras}})^2$	=		→	$(100)\times 9+7 = 907$

Cantidad de cifras "9"

Ejemplo 3

Calcular : $R = \underbrace{1+2+4+8+16+......}_{40\ \text{sumandos}}$

RESOLUCIÓN

① sumando ; $R = \underbrace{1}_{2^{①}-1}$

② sumandos ; $R = \underbrace{1+2}_{2^{②}-1}$

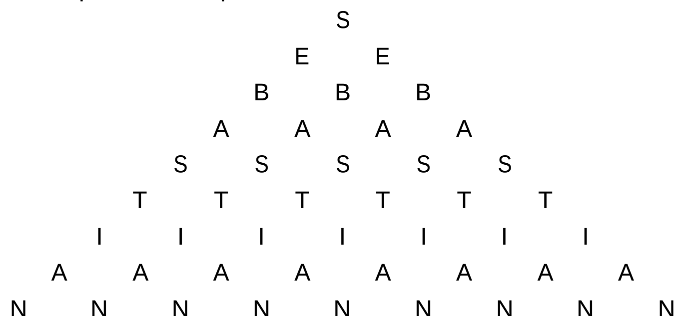
③ sumandos ; $R = \underbrace{1+2+4}_{2^{③}-1}$

④ sumandos ; $R = \underbrace{1+2+4+8}_{2^{④}-1}$

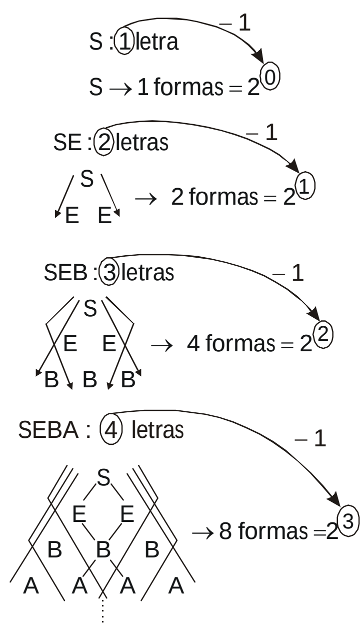
⋮

(40) sumandos ; $R = \underbrace{1+2+4+8+......}_{2^{(40)}-1}$

Ejemplo 4
¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "SEBASTIÁN"?



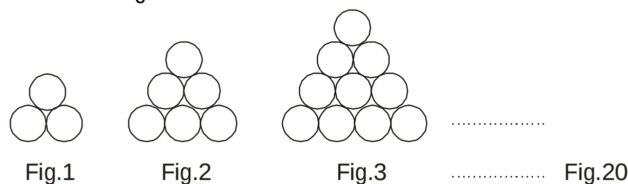
RESOLUCIÓN
Cuando la palabra tiene :



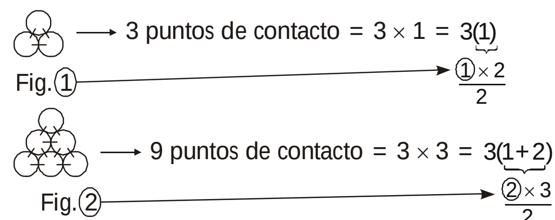
En el problema :

SEBASTIAN : 9 letras $\xrightarrow{-1}$ 2^{8} = 256 formas

Ejemplo 5
¿Cuántos puntos de contacto habrá en la figura 20?



RESOLUCIÓN

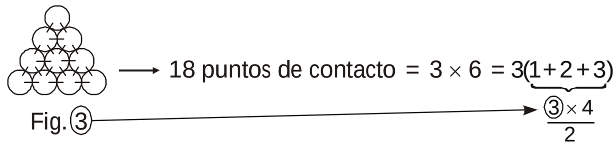


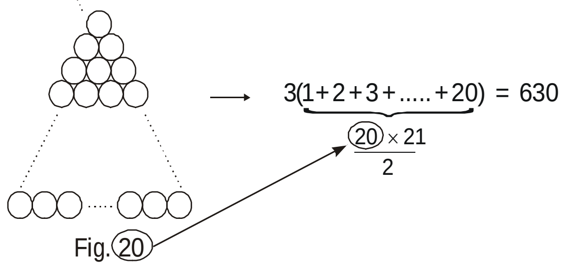
→ 3 puntos de contacto = $3 \times 1 = 3(\underbrace{1})$

Fig. ① → $\frac{①\times 2}{2}$

→ 9 puntos de contacto = $3 \times 3 = 3(\underbrace{1+2})$

Fig. ② → $\frac{②\times 3}{2}$


18 puntos de contacto = 3 × 6 = 3(1 + 2 + 3)
③ × 4
2
Fig. ③


3(1 + 2 + 3 + ... + 20) = 630
⑳ × 21
2
Fig. ⑳

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$E = (\underbrace{111......111}_{9\ \text{cifras}})^2$$

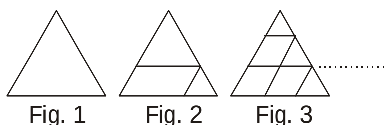
a) 81 b) 100 c) 64
d) 49 e) 121

02. Hallar la suma de las cifras del resultado de la siguiente expresión :

$$(\underbrace{100......005}_{105\ \text{cifras}})^2$$

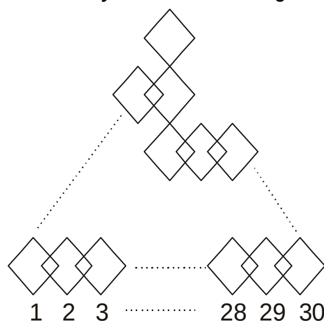
a) 11 b) 9 c) 10
d) 12 e) 8

03. ¿Cuántos triángulos habrá en la figura de posición 20?



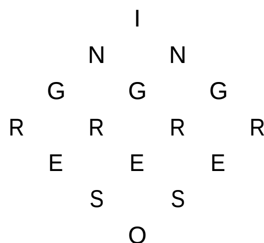
a) 190 b) 240 c) 420
d) 200 e) 210

04. ¿Cuántos rombos hay en total en la figura mostrada?



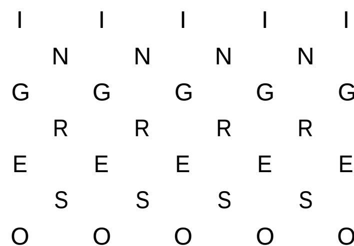
a) 784 b) 1000 c) 900
d) 1025 e) 981

05. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***INGRESO***"?



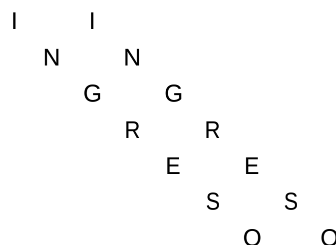
a) 16 b) 24 c) 14
d) 20 e) 30

06. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***INGRESO***"?



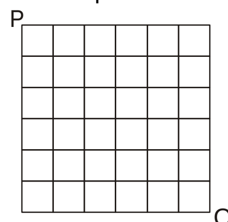
a) 190 b) 180 c) 200
d) 220 e) 210

07. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***INGRESO***"?
(Las letras están simétricamente distribuidas).



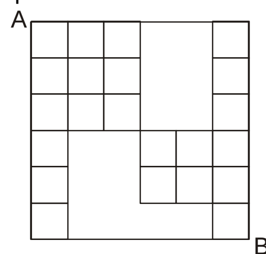
a) 10 b) 7 c) 11
d) 8 e) 9

08. ¿De cuántas maneras diferentes puede ir una persona de P a Q utilizando siempre el camino más corto?



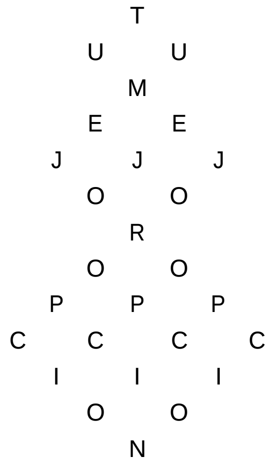
a) 960 b) 832 c) 321
d) 462 e) 924

09. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B sin retroceder en ningún momento?
(Solamente se puede ir en la dirección Este – Sur)



a) 380 b) 334 c) 360
d) 390 e) 300

10. ¿De cuántas maneras se puede leer la palabra "***TUMEJOROPCIÓN***"?



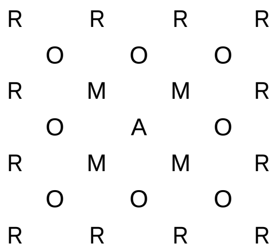
a) 120 b) 240 c) 180
d) 360 e) 210

11. Hallar la suma total del siguiente arreglo :

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 12 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & \cdots & 13 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & \cdots & 14 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & \cdots & 15 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 12 & 13 & 14 & 15 & \cdots & 23 \end{matrix}$$

a) 1608 b) 1728 c) 1624
d) 1526 e) 1804

12. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***AMOR***"?



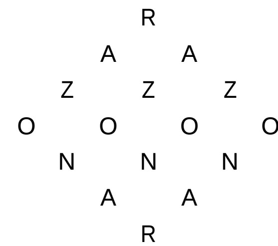
a) 40 b) 41 c) 32
d) 36 e) 28

13. Calcular la suma de las cifras del resultado de M :

$$M = \sqrt{\underbrace{111....111}_{200\ \text{cifras}} - \underbrace{222....222}_{100\ \text{cifras}}}$$

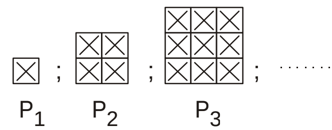
a) 300 b) 100 c) 450
d) 900 e) 200

14. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***RAZONAR***"?



a) 20 b) 18 c) 16
d) 32 e) 40

15. ¿Cuántos palitos serán necesarios para formar la figura de la posición 10, siguiendo la secuencia mostrada?



a) 220 b) 280 c) 320
d) 380 e) 420

16. Calcular "M" y dar como respuesta la suma de sus cifras.

$$M = (\underbrace{666......666}_{\text{"6n" cifras}})^2$$

a) 18n b) 27n c) 36n
d) 45n e) 54n

17. Calcular la suma de cifras del resultado de efectuar :

$$E = (\underbrace{33......34}_{21\ \text{cifras}})^2$$

a) 127 b) 128 c) 129
d) 130 e) 125

18. Hallar la suma de cifras de :

$$E = (\underbrace{999......99}_{100\ \text{cifras}})^2$$

a) 1800 b) 900 c) 180
d) 720 e) 1080

19. Hallar la suma de las cifras del producto P :

$$P = \underbrace{22......22}_{101\ \text{cifras}} \times \underbrace{999......998}_{101\ \text{cifras}}$$

a) 700 b) 707 c) 709
d) 909 e) 808

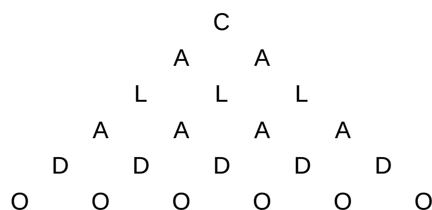
20. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$\underbrace{1010101......101}_{61\ \text{cifras}} \times 19$$

a) 520 b) 320 c) 290
d) 480 e) 310

21. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá leer la palabra

"***CALLADO***"?



a) 52 b) 48 c) 44
d) 50 e) 49

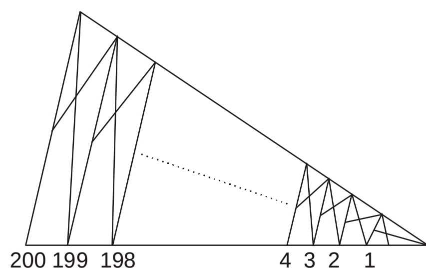
22. Calcular el valor de "S", si :

$$S=\frac{\overbrace{1\times3+3\times5+5\times7+....+n}^{\text{"n" sumandos}}}{1^2+2^2+3^2+....+n^2}$$

a) n b) 4 c) 4n

d) n^2 e) $\frac{n^2}{n}$

23. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



a) 1600 b) 1598 c) 1799
d) 1800 e) 1634

24. Calcular la suma total de todos los elementos del siguiente arreglo numérico :

$$\begin{matrix} 3 & 6 & 9 & 12 & \cdots & 60 \\ 6 & 9 & 12 & 15 & \cdots & 63 \\ 9 & 12 & 15 & 18 & \cdots & 66 \\ 12 & 15 & 18 & 21 & \cdots & 69 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 60 & 63 & 66 & 69 & \cdots & 117 \end{matrix}$$

a) 39000 b) 48000 c) 24000
d) 27000 e) 36000

25. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$R=\sqrt[200]{\underbrace{1000......007}_{201\ \text{cifras}}\times\underbrace{999......993}_{200\ \text{cifras}}+49}$$

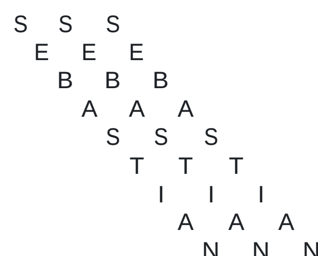
a) 4 b) 2 c) 1
d) 5 e) 3

26. ¿De cuántas maneras se puede leer la palabra "***COMPUTADORA***"?

C	O	M	P	U	T
O	M	P	U	T	A
M	P	U	T	A	D
P	U	T	A	D	O
U	T	A	D	O	R
T	A	D	O	R	A

a) 252 b) 256 c) 280
d) 290 e) 280

27. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***SEBASTIÁN***"?



a) 17 b) 23 c) 30
d) 38 e) 47

28. ¿Cuántas cerillas se utilizan para formar la figura 50?

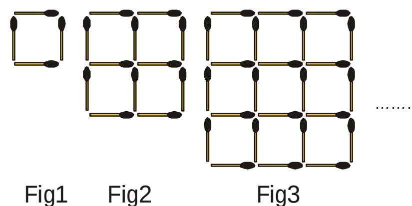
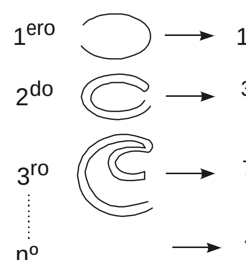


Fig1 Fig2 Fig3

a) 2550 b) 1225 c) 5100
d) 2500 e) 2450

29. Un papel se dobla de la siguiente forma :



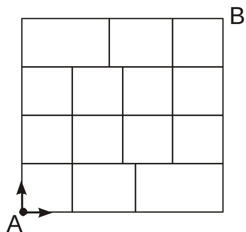
¿Cuántos dobleces tendrá la enésima vez?

a) 2^n+1 b) 2^n-1 c) n^2+1

d) 2^n-3 e) 2^n+2

30. Si una persona desea viajar de A a B por los caminos

representados por líneas y solamente puede desplazarse hacia arriba o hacia la derecha.



¿De cuántas formas diferentes podría hacer dicho viaje?

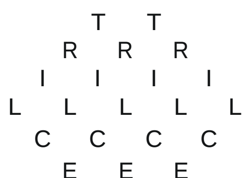
a) 41 b) 46 c) 48
d) 51 e) 56

31. Hallar la suma total en el siguiente arreglo numérico :

$$\begin{array}{c} 1+3+5+7+...+19 \\ 3+5+7+9+...+21 \\ 5+7+9+11+...+23 \\ 7+9+11+13+...+25 \\ \vdots \\ 19+21+23+25+...+37 \end{array}$$

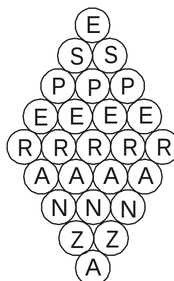
a) 3780 b) 1700 c) 1900
d) 1650 e) 1500

32. ¿De cuántas maneras se puede leer la palabra "***TRILCE***"?



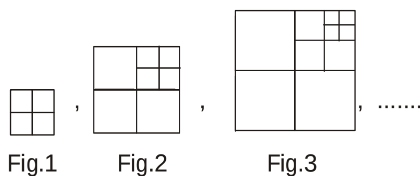
a) 75 b) 65 c) 50
d) 80 e) 70

33. ¿De cuántas formas distintas se lee "***ESPERANZA***", uniendo círculos consecutivos en el siguiente arreglo?



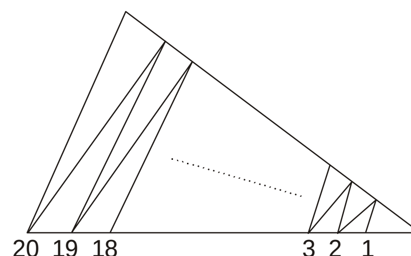
a) 81 b) 75 c) 35
d) 70 e) 64

34. En la siguiente secuencia gráfica, hallar el número total de cuadrados de la figura 60.



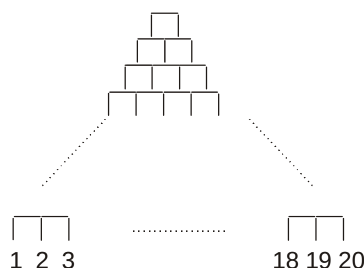
a) 120 b) 200 c) 100
d) 240 e) 241

35. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



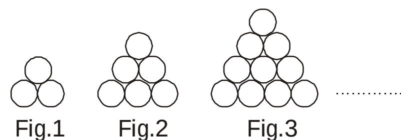
a) 77 b) 76 c) 88
d) 87 e) 79

36. ¿Cuántos palitos hay en la siguiente construcción?



a) 199 b) 275 c) 349
d) 399 e) 299

37. ¿Cuántos triángulos del mismo tamaño como máximo se podrán formar al unir los centros de los círculos en la figura 20?



a) 512 b) 400 c) 484
d) 361 e) 441

38. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$E = \underbrace{999.........999}_{50\ \text{cifras}} \times 12$$

a) 900 b) 360 c) 630
d) 450 e) 540

39. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$M = \underbrace{666......66}_{\text{"n" cifras}} \times 35$$

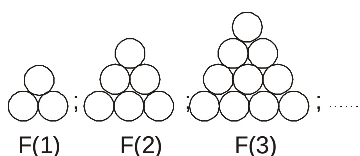
a) 3n b) 3n + 1 c) 3n – 1
d) 3(n + 2) e) 3(n – 1)

40. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$S = (\underbrace{999......94}_{20 \text{ cifras}})^2$$

a) 90 b) 270 c) 187
d) 810 e) 190

41. ¿Cuántos arcos de 60º se formarán en la figura 40, al unir los centros de los círculos?



a) 4200 b) 4600 c) 4800
d) 5100 e) 3600

42. Halle el total de palabras "***DIOS***" que hay en el siguiente arreglo literal :

1 ⟶ D I O S
2 ⟶ D I O S
3 ⟶ D I O S
4 ⟶ D I O S
10 ⟶ D I O S

a) 68 b) 299 c) 92
d) 301 e) 888

43. ¿De cuántas maneras distintas se puede leer la palabra "***RECONOCER***" si se pueden repetir letras?

N
O O
C C C
E E E E
R R R R R

a) 128 b) 256 c) 216
d) 288 e) 258

44.¿De cuántas maneras distintas se puede leer la palabra "JESSICA"?

J
E E
S S S
I I I I
C C C
A A

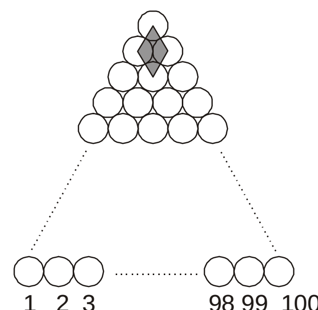
a) 30 b) 14 c) 32
d) 28 e) 52

45. Calcular :

$$\sqrt[200]{\underbrace{999......9984}_{100 \text{ cifras}} \times \underbrace{100......016}_{101 \text{ cifras}} + 256}$$

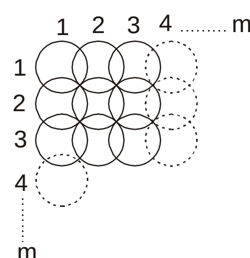
a) 10 b) 20 c) 60
d) 70 e) 100

46. ¿Cuántos rombos del tamaño y forma indicado (uniendo los centros de 4 circunferencias) se pueden contar en la figura mostrada?



a) 4750 b) 4949 c) 4951
d) 4851 e) 3749

47. En la figura se muestran m filas y m columnas de anillos entrelazados.
Si el número total de puntos de intersección es 140.
Hallar : ***m***



a) 11 b) 10 c) 9
d) 8 e) 12

48. ¿De cuántas maneras se puede leer "***RADAR***", uniendo letras vecinas?

R R
R A A R
R A D A R
R A A R
R R

a) 182 b) 81 c) 324
d) 243 e) 234

49. ¿De cuántas maneras se puede leer la palabra "***TRILCITO***"?

```
              T
            T R T
          T R I R T
        T R I L I R T
      T R I L C L I R T
    T R I L C I C L I R T
  T R I L C I T I C L I R T
T R I L C I T O T I C L I R T
```

a) 255 b) 127 c) 63
d) 230 e) 185

50. ¿Cuál es el máximo número de puntos de intersección de 50 rectas secantes?

a) 1275 b) 1200 c) 1176
d) 1220 e) 1225

51. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la expresión "***AMORAROMA***"?
(Las letras están simétricamente distribuidas)

```
        A
     M     M
  O     O     O
R    R     R    R
  A     A     A
R    R     R    R
  O     O     O
     M     M
        A
```

a) 224 b) 360 c) 272
d) 292 e) 320

52. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer en forma contínua la palabra ***RECONOCER*** pudiéndose repetir letras?

```
R   R   R   R   R
  E   E   E   E
R   C   C   C   R
  E   O   O   E
R   C   N   C   R
  E   O   O   E
R   C   C   C   R
  E   E   E   E
R   R   R   R   R
```

a) 3600 b) 3540 c) 4200
d) 4900 e) 3200

53. Hallar la suma de las cifras del resultado de:

$$\sqrt{999 \times 1000 \times 1001 \times 1002 + 1}$$

a) 30 b) 29 c) 28
d) 32 e) 31

54. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra "***YESSICA***"?

```
            Y
          E E E
        S S S S S
      S S S S S S S
    I I I I I I I I I
  C C C C C C C C C C C
A A A A A A A A A A A A A
```

a) 696 b) 781 c) 821
d) 729 e) 700

55. La suma del número de triángulos de la figura "n + 1" y el número de cuadriláteros de la figura "n – 1" es :

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 ....

a) 4n + 1 b) 4n c) 2n + 1
d) n e) 4 + n

56. En el siguiente arreglo numérico, hallar "x"

```
1   2   3   4   5 ....... 18   19   20
  3   5   7   9 ........... 37   39
    8   12   16 ............ 76
      20   28 ..............
         48 ..............
                  x
```

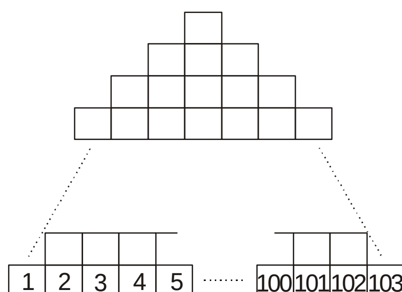
a) 21×2^{16} b) 42×2^{18} c) 23×2^{18}
d) 21×2^{17} e) 42×2^{17}

57. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?

20 19 .... 4 3 2 1

a) 107 b) 97 c) 77
d) 117 e) 96

58. Calcule el número de rombos con sólo un cuadrado pequeño en su interior, que se forman al unir los centros de todos los cuadrados de la figura siguiente :



a) 3100 b) 2600 c) 2500
d) 3400 e) 2550

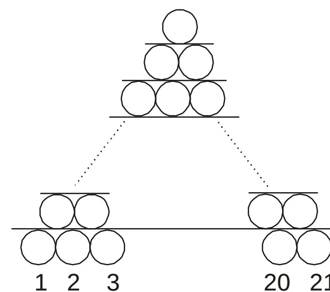
59. Calcular el valor de "R", si :

$$R = \cfrac{(n+2)}{(n+2)+\cfrac{(n+1)}{(n+1)+\cfrac{n}{\cfrac{\vdots}{\cfrac{3}{3+\cfrac{2}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}}}$$

a) $\frac{n+2}{n+1}$ b) $\frac{n+3}{n+1}$ c) $\frac{n+5}{n+3}$

d) $\frac{n+3}{n+4}$ e) $\frac{n+3}{n+2}$

60. ¿Cuántos puntos de tangencias hay en la siguiente figura?



a) 660 b) 680 c) 690
d) 661 e) 650

Claves

01.	a
02.	b
03.	e
04.	c
05.	d
06.	c
07.	d
08.	e
09.	b
10.	b
11.	b
12.	e
13.	a
14.	a
15.	e
16.	e
17.	a
18.	b
19.	b
20.	e
21.	b
22.	b
23.	a
24.	c
25.	c
26.	a
27.	e
28.	c
29.	b
30.	d

31.	c
32.	c
33.	d
34.	e
35.	a
36.	d
37.	b
38.	d
39.	a
40.	e
41.	c
42.	a
43.	b
44.	b
45.	a
46.	d
47.	a
48.	c
49.	a
50.	e
51.	c
52.	a
53.	c
54.	d
55.	a
56.	e
57.	e
58.	c
59.	d
60.	e

Capítulo

5 PLANTEO DE ECUACIONES

Alumno Ud. debe saber que las matemáticas es un lenguaje, por lo tanto puede ser escrito y sobre todo leído.
El objetivo de este capítulo es enseñarle a Ud. cómo transformar nuestro lenguaje común al lenguaje matemático. Y así poder plantear una ecuación.

¿Qué es una ecuación?
Es una relación de igualdad que se establece entre dos expresiones matemáticas que tienen como mínimo una variable. Esta igualdad puede verificarse o no y si es que se verifica, esto ocurre para un valor de su variable o un determinado conjunto de valores asignados a sus variables.

¿Cómo plantear una ecuación?

1. Leer el problema dos veces.
   - La primera para saber de que se trata.
   - La segunda de manera más lenta para poder analizar profundamente.

2. Identifique a qué representará nuestra incógnita y separe los datos.

3. Relacionar los datos con la incógnita.

4. Buscar dos expresiones con la participación de la incógnita en uno de ellos o en los dos, que representen lo mismo e igualar (Ecuación formada).

5. Resolver la ecuación.

6. Comprobar los resultados.

Para un mejor trabajo nos ejercitaremos en la parte de traducción de expresiones verbales a lenguaje simbólico.

a) El doble de un número aumentado en siete.

b) El doble de la suma de un número con siete.

c) El triple de un número disminuido en seis.

d) El triple de la diferencia de un número con seis.

e) La mitad de un número disminuido en cuatro.

f) La mitad de la diferencia de un número con cuatro.

g) Un número aumentado en sus $\frac{2}{3}$.

h) Un número aumentado en $\frac{2}{3}$.

i) Cinco menos 3 veces un número.

j) Cinco menos de 3 veces un número.

k) Yo tengo en dinero 2 veces lo que tú tienes.

l) Yo tengo en dinero 2 veces más de lo que tú tienes.

m) El triple de la mitad de la suma de un número con siete.

n) El triple de la suma de la mitad de un número con siete

ñ) El exceso de un número sobre de 10 es 5.

o) Un número excede a 40 tanto como 60 excede a dicho número.

p) El cuadrado de la suma de dos números.

q) La diferencia de los cuadrados de dos números.

r) El cuadrado de la suma de tres números consecutivos.

s) La suma de cuadrados de tres números consecutivos.

t) La mitad del cuadrado de la diferencia de 2 números.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. El precio de un helado es la mitad de su precio aumentado en 5.
¿Cuánto cuestan 10 helados?

Resolución :
Precio del helado : x
Del problema :

$$pH = \frac{pH}{2} + 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{x}{2} + 5$$

$$x - \frac{x}{2} = 5$$

x = 10

Nos piden : 10(pH)

$$10(x) \Leftarrow 10(10) = 100$$

2. El triple del número de alumnos es igual a los $\frac{3}{10}$ del número de alumnos aumentados en 27.
¿Cuál es el número de alumnos?

Resolución :
Número de alumnos : x

Del problema:

$$3(x) = \frac{3}{10}(x) + 27$$

$$3x - \frac{3x}{10} = 27$$

x = 10

Nos piden :
Número de Alumnos = 10

3. Tres velas tienen longitudes que se diferencian en 1cm consecutivamente y las tres alturas suman tanto como la del medio más 200 cm.
¿Cuál es la longitud de la mitad de la vela intermedia?

Resolución :
Medida de la vela menor = x cm
Medida de la vela intermedia = (x + 1)cm
Medida de la vela mayor = (x + 2) cm

Del problema :
x + (x + 1) + (x + 2) = (x + 1) + 200
(3x + 3) = (x + 1 + 200)
2x = 198 cm
x = 99cm
Luego la vela intermedia mide :
(x + 1) = 100 cm

Nos piden :

$$\frac{100cm}{2} = 50cm$$

4. Si el promedio de hijos que tiene una pareja aumenta en sus $\frac{3}{10}$, éste sería de 13 hijos.
¿Cuál es el promedio de hijos que tiene una pareja?

Resolución :
Promedio de hijos = X
Del problema :

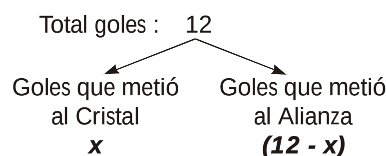
$$X + \frac{3}{10}(X) = 13$$

X = 10

Nos piden :
Promedio de hijos = 10

5. En el campeonato descentralizado la cantidad de goles que metió la U al Cristal y Alianza fue 12 en total. Si la quinta parte que le metió al Cristal es igual a la séptima parte de los que le metió al Alianza.
¿Cuántos goles le metió al Cristal?

Resolución :



Del problema :

$$\frac{x}{5} = \frac{12 - x}{7}$$

7x = 60 - 5x
x = 5

Nos piden :
x = 5

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. A cierto número par se le suma los dos números pares que le preceden y los dos impares que le siguen, obteniéndose en total 968 unidades.
El producto de los dígitos del número par en referencia es :

a) 162 b) 120 c) 36
d) 150 e) 63

02. Dos personas acuerdan repartirse una suma de dinero en la relación de 7 es a 3; pero luego deciden hacerlo en partes iguales, por lo que uno de ellos devuelve al otro 360 soles.
¿Cuál fue la suma repartida?

a) 1200 b) 1500 c) 1650
d) 1800 e) 2000

03. Un hombre compró un reloj y una cadena a igual precio. Pasado algún tiempo, volvió a comprar otro reloj y otra cadena, ésta 90 soles más barata que la primera y aquél 60 soles más caro que el primero; resultando el precio del reloj el doble que el de la cadena.
¿Cuánto costó la segunda cadena?

a) 240 soles b) 300 soles
c) 180 soles d) 150 soles
e) 200 soles

04. En una mansión el número de damas adultas es al de varones adultos como 3 es a 2. Si el número de damas no adultas y el de varones no adultos son respectivamente el triple y el doble de las damas adultas y los varones adultos respectivamente y en total viven 72 personas.
¿Cuántos varones no adultos hay en la mansión?

a) 10 b) 15 c) 16
d) 20 e) 24

05. Hallar el menor de 3 enteros consecutivos, si sabemos que los $\frac{3}{4}$ del menor, sumados con la tercera parte del número medio, equivale al mayor.

a) 22 b) 21 c) 24
d) 38 e) 20

06. A una fiesta asisten 200 personas, mitad hombres y mitad mujeres; 50 hombres son mayores de edad y hay tantas personas mayores de edad como mujeres menores de edad.
¿Cuántas mujeres son menores de edad y cuántas mayores de edad?

a) 75 y 25 b) 80 y 20
c) 60 y 40 d) 50 y 50
e) 65 y 35

07. Tres amigos A, B y C tienen juntos 56 caramelos. Si B tiene 6 caramelos menos que A y 4 caramelos más que C.
Hallar cuántos caramelos tienen juntos 2 de ellos.

a) 32 b) 28 c) 34
d) 36 e) 40

08. Si yo perdiera 5 soles y tú 7 soles, nuestras cantidades serían iguales.
¿Cuánto tengo, si entre los 2 tenemos 30 soles?

a) 20 b) 15 c) 9
d) 16 e) 14

09. Yo tengo el cuádruple de lo que tú tienes. Si tú tuvieras S/. 5 más de lo que tienes, yo tendría 2 veces más de lo que tú tendrías.
¿En cuánto se diferencian nuestras cantidades?

a) S/. 15 b) S/. 30 c) S/. 45
d) S/. 60 e) S/. 20

10. En una huerta se observa que el número de patos excede en 8 al número de pavos; además, si incluimos 12 pavos más y quitamos 10 patos, entonces el número de pavos sería el triple del número de patos.
¿Cuál es el número de patos?

a) 10 b) 8 c) 12
d) 9 e) 17

11. A una reunión asistieron 200 personas, si el primer caballero bailó con 11 damas, el segundo con 12, el tercero con 13 y así sucesivamente hasta que el último bailó con todas las damas.
¿Cuántos hombres concurrieron?

a) 100 b) 95 c) 105
d) 90 e) 85

12. Una pieza de tela tiene 20 metros de longitud. En una segunda compra que se hizo, se adquirió los $\frac{2}{3}$ del resto que había quedado después de la primera compra. Sabiendo que en las dos compras se adquirió la misma longitud.
¿Cuántos metros se compraron la primera vez?

a) 7 b) 9 c) 15
d) 13 e) 8

13. Un granjero tiene un total de 56 aves entre pollos, patos y pavos.
Si tuviera 3 pollos más, 7 patos menos y 5 pavos más, tendría la misma cantidad de cada tipo de aves.
Dar como respuesta el número de patos.

a) 16 b) 26 c) 14
d) 30 e) 24

14. En una reunión hay 5 hombres más que mujeres, luego llegaron un grupo de personas cuyo número es igual al de los hombres inicialmente presentes, de modo que en la reunión todos están en pareja y hay 50 hombres en total.
Hallar el número de mujeres inicialmente presentes.

a) 20 b) 25 c) 30
d) 32 e) 35

15. Caperucita Roja va por el bosque llevando una cesta con manzanas para su abuelita. Si en el camino la detiene el lobo y le pregunta : ¿Cuántas manzanas llevas en tu cesta?
Caperucita responde : "Llevo tantas decenas como el número de docenas más uno".
¿Cuántas manzanas llevaba Caperucita en su cesta?

a) 30 b) 6 c) 20
d) 60 e) 180

16. Un matrimonio que tiene 2 hijos acordó pesarse y lo hicieron del modo siguiente. Se pesaron los padres y resultó 126 kg.; después el papá con el hijo mayor y resultó 106 kg.; y por último la mamá con el hijo menor y resultó 83 kg.
Se sabe que el hijo mayor pesa 9 kg. más que el menor.
Determine cuánto pesa el hijo mayor.

a) 36 kg b) 27 kg c) 45 kg
d) 56 kg e) 47 kg

17. Repartimos 5800 kg de azúcar en 3 mercados. En el primero dejamos 200 kilos más que en el segundo, y en el tercero una quinta parte menos que en el segundo.
¿Cuántos kg dejamos en el tercero?

a) 2800 kg b) 3200 kg c) 2500 kg
d) 1600 kg e) 1400 kg

18. En una reunión se cuentan tantos caballeros como tres veces al número de damas, después que se retiran 8 parejas, el número de caballeros que aún quedan, es igual a 5 veces el de damas.
¿Cuántos caballeros habían inicialmente?

a) 36 b) 48 c) 32
d) 30 e) 16

19. En cierta academia cada salón tiene carpetas para 9 alumnos, pero si se agrega 2 carpetas más entonces podrían sentarse 8 alumnos en cada carpeta.
Halle la cantidad de alumnos de uno de los salones de la academia.
(Dar como respuesta la cifra de decenas)

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

20. Un vagón con arena y cemento pesa 50 kg. Si por cada 3 kg de arena se tiene 5kg de cemento y por cada kg del peso del vagón vacío se tiene 9 kg de arena.
Determinar la cantidad de cemento que contiene el vagón.

a) 30 kg b) 25 kg c) 15 kg
d) 20 kg e) 40 kg

21. Una mula y un caballo llevan sobre sus lomos pesados sacos. La mula le dice al caballo : "Si yo tomara dos sacos de los tuyos, mi carga sería el doble de la tuya".
El caballo le dice a la mula : "El cierto, pero si yo tomara dos sacos de los tuyos nuestras cargas se igualarían".
¿Cuántos sacos hay en total?

a) 20 b) 21 c) 18
d) 23 e) 24

22. En un rectángulo, el largo excede al ancho en 20 metros. Si el ancho se reduce en su tercera parte y su largo se reduce a su mitad, el perímetro del nuevo rectángulo es los $\frac{5}{9}$ del perímetro original.
Indicar el ancho original del rectángulo.

a) 12 b) 16 c) 20
d) 40 e) 15

23. En una reunión unos empiezan jugando, otros charlando y el resto bailando. Los que bailan son la cuarta parte de los reunidos. Después 4 de ellos dejan el juego por el baile, uno deja la charla por el juego y 2 dejan el baile por la charla, con lo cual resulta entonces que bailan tantos como juegan y juegan tantos como charlan.
¿Cuántas personas asistieron a la reunión?

a) 12 b) 15 c) 24
d) 28 e) 30

24. El doble de lo que me faltaría para tener lo que tú tendrías, si es que yo te diese S/. 5, sería igual a 6 veces más de lo que tengo.
¿Cuánto tengo, si tú tienes 3 veces más de lo que yo tengo?

a) S/. 10 b) S/. 20 c) S/. 40
d) S/. 5 e) S/. 50

25. Se ha ofrecido a 20 parejas de novios dos pavos por pareja. Si en el momento de la repartición se observa que habían desaparecido cierta cantidad de pavos, ordenándose traer tantos pavos como la mitad de los que quedaron, más 4 pavos.
¿Cuántos pavos se ordenaron traer?

a) 8 b) 12 c) 16
d) 20 e) 24

26. En un partido U vs Alianza Lima, 8000 personas hacen apuestas sobre cuál sería el ganador. Al comenzar, las apuestas favorecen al Alianza Lima en la proporción de 3 : 2, quedando al final favorable a la U en la proporción de 4 : 1.
Diga cuántos hinchas de Alianza Lima se pasaron a la U.

a) 700 b) 1800 c) 500
d) 3200 e) 2600

27. Los alumnos de un colegio se reúnen. Viene un bus, y se lleva 110 varones, y la relación entre hombres y mujeres restantes es $\frac{3}{10}$. En el siguiente bus se van 90 mujeres y la relación de hombres a mujeres que quedan es $\frac{3}{7}$.
Hallar el total de alumnos (hombres y mujeres) que se quedaron en la reunión.

a) 500 b) 400 c) 450
d) 300 e) 320

28. En 2 oficinas ***A*** y ***B*** de un Ministerio había en el año de 1942 un cierto número de empleados. En 1943 se aumentaron 5 empleados a ***A*** y 6 a ***B***, resultando ésta con el doble número de funcionarios que ***A***. En 1944 se aumentaron 2 a ***B*** y quedaron 4 cesantes en ***A***, resultando esta oficina con la tercera parte de funcionarios que ***B***.
¿Cuántos empleados había en las 2 oficinas en 1942?

a) 9 b) 22 c) 31
d) 39 e) 42

29. Averiguando el número de miembros de una familia, un hijo varón responde : "Tengo el doble de hermanos que hermanas"; pero una hija contestó : "Mis hermanos son el triple de mis hermanas".
El total de miembros de esta familia es :

a) 15 b) 13 c) 7
d) 8 e) 4

30. La suma de tres números es 160. Un cuarto de la suma del mayor y el mediano equivale al menor disminuido en 20 y si a $\frac{1}{2}$ de la diferencia entre el mayor y el menor se suma el número del medio, el resultado es 57. Hallar los números.
Dar como respuesta el menor.

a) 50 b) 24 c) 36
d) 40 e) 48

31. 24 alumnos se disfrazaron de Kiko, Chilindrina o Chavo. Sabiendo que los alquileres son 170 soles, 250 soles y 280 soles cada uno respectivamente.
¿Cuántos se disfrazaron de Chavo, sabiendo que 8 disfraces fueron de mujer y que gastaron 5050 soles?

a) 3 b) 13 c) 7
d) 6 e) 10

32. Un alumno ha obtenido 420 puntos. Si se le aumentan 7 puntos más por cada pregunta contestada tendría que hacer 2 preguntas menos para obtener el mismo puntaje.
¿Cuál es el número de preguntas que contestó?

a) 15 b) 12 c) 10
d) 13 e) 14

33. Al dar una práctica de matemática observé que fallé tantas preguntas como acerté, pero no contesté tantas como puntaje saqué.
Las prácticas tienen 20 preguntas que se califican así :
10 puntos si está bien respondida.
– 2 puntos si está mal respondida.
0 puntos no contestada.
¿Qué puntaje alcancé?

a) 8 pts. b) 10 pts. c) 16 pts.
d) 12 pts. e) 20 pts.

34. En una caja vacía que pesa 150 gramos depositamos 10 esferas rojas, 15 esferas blancas y 12 esferas azules; se sabe que una esfera blanca pesa 2 gramos más que una roja; una esfera azul, 4 gramos más que una roja, y una esfera blanca tiene un peso igual a los $\frac{4}{5}$ del peso de una azul. Las esferas del mismo color tienen igual peso.
Hallar el peso total en gramos de la caja con las esferas en su interior.

a) 450 b) 280 c) 250
d) 300 e) 320

35. Un asunto fue sometido a votación por 600 personas y se perdió, habiendo votado de nuevo las mismas personas sobre el mismo asunto fue ganado el caso por el doble de votos por el que se había perdido y la nueva mayoría fue con respecto a la anterior como 8 es a 7.
¿Cuántos cambiaron de opinión?

a) 140 b) 150 c) 130
d) 120 e) 90

36. En lugar de caminar a lo largo de los 2 lados de un rectángulo (lado menor y mayor). Moisés decide hacerlo por la diagonal, ahorrándose así de caminar la mitad del lado mayor.
Hallar la razón entre el lado menor y el lado mayor del rectángulo.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{6}$

37. Una persona quiere comprar 450 pelotas o por el mismo monto 50 polos y 50 shorts. Si al final compró el mismo número de objetos de cada clase.
Hallar el número de short y polos comprados al final.

a) 80 b) 60 c) 100
d) 90 e) 120

38. Un ganadero compró 30 caballos más que vacas y tantos cerdos como vacas y caballos juntos, pagando por las vacas el doble que por los caballos, además por 2 vacas pagó tanto, como por 7 cerdos y gastó lo mismo tanto en vacas como en cerdos.
¿Cuántos animales compró?

a) 240 b) 180 c) 140
d) 120 e) 200

39. La suma de las tres cifras de un número es 16. La suma de la cifra de las centenas y la cifra de las decenas es el triple de la cifra de las unidades, y si al número se le resta 99, las cifras se invierten.
Hallar el número.

a) 436 b) 627 c) 574
d) 475 e) 754

40. De dos cajas que contienen lapiceros, el segundo contiene el doble que el primero, cuando se saca igual cantidad de ambos, lo que contiene el segundo es el triple del primero, si agregamos 27 lapiceros a lo que queda en el primero obtendríamos tantos lapiceros como tenía el segundo al principio.
¿Cuántos lapiceros contenía al principio la primera caja?

a) 9 b) 18 c) 27
d) 24 e) 12

41. En 2 habitaciones hay un total de 90 focos de los cuales hay un cierto número de focos prendidos. Luego se prenden tantos focos como el número de focos prendidos excede al de los apagados, resultando el número de focos prendidos el doble de los apagados.
¿Cuántos estaban prendidos inicialmente?

a) 50 b) 55 c) 45
d) 60 e) 65

42. Una pieza rectangular de papel de 30cm por 100cm se agrandará para formar otro rectángulo de área igual al doble de la original, para ello, se añade una tira de igual ancho en todos los bordes.
Hallar el ancho de la tira en metros.

a) 10 b) 0,01 c) 0,1
d) 20 e) 0,2

43. Un grupo de monos está dividido en dos bandos; la octava parte de ellos al cuadrado se solaza en el bosque, mientras que los otros doce juegan en el campo.
La mayor cantidad de monos que podemos tener es :

a) 48 b) 64 c) 32
d) 56 e) 40

44. Un comandante dispone sus tropas formando un cuadrado y ve que le quedan fuera 36 hombres. Entonces pone un hombre más en cada lado del cuadrado y ve que le faltan 75 hombres para completar el cuadrado.
¿Cuántos hombres había en el lado del primer cuadrado y cuántos hombres hay en la tropa?

a) 50 y 3061 b) 55 y 3061
c) 56 y 3060 d) 60 y 3000
e) 50 y 2950

45. De cada vértice de un cartón rectangular de $72cm^2$ de área se cortó un cuadrado de 2cm de lado para luego formar una caja abierta de $32cm^3$ de volumen.
¿Cuál era el perímetro del cartón original?

a) 48 cm b) 36 cm c) 45 cm
d) 32 cm e) 30 cm

46. Hace muchos años podían comprarse pavos a S/. 10; patos a S/. 5 y pollos a S/. 0,50. Si pudieron comprarse 100 animales con 100 soles entre pavos, patos y pollos.
¿Cuántos fueron los pollos?

a) 70 b) 86 c) 90
d) 80 e) 75

47. Un edificio tiene 4 pisos; el número de habitaciones de cada piso son números consecutivos crecientes; y cada habitación del edificio tiene tantas ventanas como habitaciones hay en el respectivo piso. Si el número de ventanas del último piso y el número de habitaciones del primer piso suman 69.
¿Cuántas habitaciones hay en el último piso?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

48. Un patio tiene forma rectangular, si tuviera 3 metros más de largo y 4 metros más de ancho sería $192m^2$ más grande; si tuviera 4 metros menos de largo y 3 metros menos de ancho, sería $158m^2$ más pequeños. Las dimensiones del patio son :

a) 10 m y 20 m b) 30 m y 40 m
c) 20 m y 30 m d) 10 m y 30 m
e) 10 m y 40 m

49. Un granjero amarra su vaca en la esquina de su casa. Él observa que si la cuerda fuera alargada en 10m, ella podría abarcar cuatro veces el área original.
Entonces la longitud original de la cuerda es :

a) $\frac{10}{3}$ m b) 5 m c) 15 m
d) 20 m e) 10 m

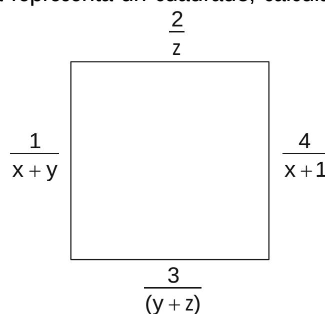
50. Compré cierto número de libros a 4 por 2 soles y un número de libros igual a los $\frac{3}{4}$ del número de libros anteriores a 10 por 7 soles. Vendiéndolos todos a 2 por 3 soles gané S/. 64 soles.
¿Cuántos libros compré?

a) 60 b) 70 c) 63
d) 62 e) 65

51. En una reunión $\frac{1}{5}$ de los asistentes son hombres, luego llegan un número de personas igual al de las mujeres presentes, aumentando el número de hombres en 30, y hay entonces un número de mujeres que excede al de los hombres en un número igual al de las mujeres inicialmente presentes.
Hallar el número de personas actualmente presentes.

a) 120 b) 220 c) 180
d) 200 e) 240

52. Si la figura representa un cuadrado, calcular su área.



a) 9 b) 4 c) 1
d) 25 e) 16

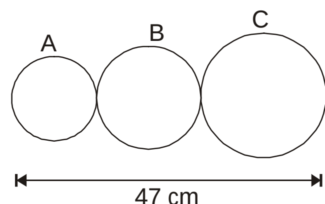
53. Un grupo de abejas, cuyo número era igual a la raíz cuadrada de la mitad de todo el enjambre se posó sobre un jazmín, habiendo dejado atrás a $\frac{8}{9}$ de todo su enjambre, sólo una abeja del mismo enjambre revoloteaba en torno a un loto, atraída por el zumbido de una de sus amigas que cayó imprudentemente en la trampa de la flor.
¿Cuántas abejas se posaron en el jazmín?

a) 64 b) 36 c) 6
d) 72 e) 8

54. Un terreno cuadrado se vende en dos lotes, el primero en un rectángulo uno de cuyos lados mide 30m y el otro $\frac{3}{5}$ del lado del cuadrado, el segundo lote se vende en 12400 soles a razón de S/. 2,5 el metro cuadrado.
Hallar el lado del terreno cuadrado.

a) 70 b) 80 c) 60
d) 65 e) 45

55. En la figura qué diámetro debe tener "B". Si se sabe que cuando "A" da 10 vueltas "B" da ocho y "C" da seis.



a) 12 b) 15 c) 20
d) 10 e) 8

56. Expedición : Planeta ***L***
Biólogo : Profesor ***K***
Informe : "El tercer día vimos seres extraños, aunque tienen 20 dedos en total, como nosotros, tienen una extremidad menos y un dedo más en cada extremidad, lo que les da por cierto, un aspecto espantoso".
¿Cuántas extremidades tienen los seres del planeta L?

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

57. Un anciano deja al morir una herencia de ***2mn*** soles a un cierto número de parientes. Sin embargo ***m*** de estos renuncian a su parte y entonces, cada uno de los restantes se beneficia en ***n*** soles más.
¿Cuántos son los parientes?

a) n b) m c) 2n
d) 2m e) m + n

58. Se ha construido un muro : el primer día se hizo $1m^3$ más la novena parte de lo que quedaba por hacer; el segundo día $2m^3$ más la novena parte de lo que quedaba, el tercer día $3m^3$ más la novena parte de lo que queda y así sucesivamente.
Calcular el volumen del muro sabiendo que todos los días se hizo la misma cantidad de la obra.

a) $96m^3$ b) $64m^3$ c) $72m^3$
d) $42m^3$ e) $81m^3$

59. Un edificio consta de 16 departamentos, unos de dos habitaciones y otros de 3 habitaciones. La renta mensual de los departamentos con 3 habitaciones es de 5000 soles más que la renta de los pequeños, y producen un total de 105000 soles por mes.
Hallar la renta mensual de los departamentos más pequeños, si el total conseguido de ellos es de 125000 soles por mes.

a) S/. 10500 b) S/. 17500 c) S/. 13000
d) S/. 16500 e) S/. 12500

60. Se tiene un campo rectangular cuyo perímetro es 160 m. La superficie de éste terreno está conformado por 117 árboles equidistantes cada uno a 4 m.
Hallar el largo y ancho respectivamente del terreno, si en cada vértice hay un árbol.

a) 55 y 25 m b) 60 y 20 m
c) 50 y 30 m d) 48 y 32 m
e) 64 y 16 m

Claves

01.	c
02.	d
03.	d
04.	c
05.	e
06.	a
07.	c
08.	e
09.	c
10.	e
11.	b
12.	e
13.	b
14.	c
15.	d
16.	a
17.	d
18.	b
19.	d
20.	a
21.	e
22.	c
23.	c
24.	b
25.	c
26.	d
27.	d
28.	c
29.	b
30.	e

31.	a
32.	b
33.	c
34.	a
35.	b
36.	c
37.	d
38.	c
39.	c
40.	b
41.	a
42.	c
43.	a
44.	b
45.	b
46.	c
47.	d
48.	c
49.	e
50.	b
51.	c
52.	e
53.	c
54.	b
55.	b
56.	b
57.	d
58.	b
59.	e
60.	d

Capítulo 6 EDADES

En este capítulo se debe tener en cuenta que en los problemas intervienen : sujetos, tiempos y edades.

SUJETOS : Son los protagonistas que generalmente son personas y en algunos casos los animales, los objetos, etc.

TIEMPOS : Es uno de los puntos más importantes, pues si se interpreta inadecuadamente el tiempo mencionado se complicará la resolución del problema.

	Expresiones comunes usados en los problemas.
PASADO	Tenía, tenías, teníamos, cuando él tenía, hace 3 años, etc.
PRESENTE	Tengo, tienes, tenemos, mi edad es, tú tuenes, la suma de nuestras edades es, ... , etc.
FUTURO	Tendré, tengas, dentro de 4 años, él tendrá, tendremos, etc.

EDAD : Es un lapso de tiempo perteneciente a la existencia de un sujeto, se da generalmente en años, pero puede darse en días o meses.

"La diferencia de las edades entre dos sujetos permanece constante"

Para una mejor resolución de los problemas clasificaremos a estos en 3 tipos :

I. Cuando interviene la edad de un solo sujeto

Ejemplo :

1. Hace 8 años tenía las $\frac{3}{4}$ partes de los años que tendré dentro de 2 años.
¿Cuántos años tendré dentro de 10 años?

II. Cuando intervienen las edades de 2 o más sujetos :

A. <u>Con tiempo especificado</u> :

Ejemplo :

2. Las edades de Lucas y Sebastián están en la relación de 5 a 4 respectivamente. Dentro de 8 años la edad que tenga Sebastián será el doble de la edad que tenía Lucas hace 2 años.
¿Cuál será la relación de sus edades dentro de 4 años?

B. ***Con tiempo no especificado* :**

Ejemplos :

3. Rommel le dice a Alex : "Yo tengo el triple de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes". ¿Cuántos años tiene Rommel, si sus edades actuales suman 50 años?

	Pasado	Presente
Rommel		
Alex		

4. Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes y cuando tú tengas el triple de mi edad, nuestras edades sumarán 75 años.
¿Cuántos años tengo?

	Pasado	Presente	Futuro
Tú			
Yo			

III. Cuando intervienen : la edad, el año de nacimiento y el año actual (o año de referencia) de uno o más sujetos.

5. En 1984 José se dio cuenta que su edad era igual al doble del número formado por las 2 últimas cifras del año de su nacimiento, en ese orden.
¿En qué año nació José?

Año de Nacimiento :
Edad de José :
Año Actual :
No olvidar : Si la persona ya cumplió años:

Año nacimiento + Edad = Año Actual

Luego :

6. En 1972 Lady se percató que su edad era igual a la suma de las cifras del año de su nacimiento.
¿En qué año cumplió 5 años?

Año de Nacimiento :
Edad :
Año Actual :
Luego :

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Marilyn dice : "Dentro de 16 años mi edad será 4 veces la edad que tenía hace 14 años"
¿Qué edad tengo en años?

a) 26 b) 20 c) 18
d) 29 e) 24

02. Hace 6 años tenía la mitad de los años que tendré dentro de 4 años.
¿Cuántos años tendré dentro de 10 años?

a) 28 b) 29 c) 32
d) 26 e) 18

03. Hace 10 años tenía la mitad de la edad que tendré dentro de 8 años.
¿Dentro de cuántos años tendré el doble de la edad que tuve hace 8 años?

a) 10 b) 8 c) 12
d) 16 e) 34

04. Dentro de 12 años tendré la edad que tienes y hace 8 años tenía la tercera parte de tu edad. ¿Cuántos años tienes?.

a) 30 años b) 32 años
c) 28 años d) 24 años
e) 27 años

05. La edad de Liliana es a la edad de Emilio como 4 es a 7. Dentro de 10 años Liliana tendrá el doble de la edad que tenía Emilio hace 5 años.
¿Cuántos años tiene Emilio?.

a) 12 años b) 14 años
c) 9 años d) 10 años
e) 21 años

06. Hace 12 años las edades de 2 hermanos estaban en relación de 4 a 3 y actualmente sus edades suman 59 años.
¿Dentro de cuántos años sus edades estarán en relación de 8 a 7?

a) 10 años b) 9 años
c) 8 años d) 7 años
e) 6 años

07. A una persona en el año 1975 se le preguntó su edad y contestó : "Tengo en años la mitad del número que forman las dos últimas cifras del año de mi nacimiento". Halla la suma de las cifras de su edad.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

08. Al preguntarle a Yessica por su edad respondió : "Si al año en que cumplí los 16 años le agregan el año en que cumplí los 20 años y si a este resultado le restan la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán 14".
¿Cuál es la edad de Yessica?

a) 12 b) 18 c) 15
d) 27 e) 22

09. Andrea le dice a Jesús : Yo tengo 24 años y mi edad es el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la tercera parte de la edad que tienes. ¿Cuántos años tienes?.

a) 24 b) 18 c) 4
d) 27 e) 9

10. Yo tengo 30 años y mi edad es el sextuplo de la edad que tú tenías cuando yo tenía el cuádruple de la edad que tienes. ¿Cuántos años tienes?.

a) 7 b) 28 c) 13
d) 6 e) 8

11. Un coche tiene ahora la mitad de años que tenía Martín. cuando el coche era nuevo. Hoy Martín tiene 12 años. ¿Cuántos años tiene el coche?

a) 4 b) 6 c) 3
d) 5 e) 2

12. Sonia le dice a Sandra : "Tú tienes 18 años, pero cuando tú tengas la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades será 48 años".
¿Cuántos años tendrá Sonia dentro de 8 años?

a) 32 b) 28 c) 30
d) 34 e) 26

13. María le dice a Luis : "Yo tengo el triple de la edad que tú tenías, cuando yo tenía la edad que tienes, y cuando tengas la edad que tengo, nuestras edades sumarán 35 años".
¿Qué edad tiene Luis?

a) 10 años b) 15 años
c) 5 años d) 25 años
e) 20 años

14. La edad de Yasmín y su enamorado suman 91 años. La edad de ella es el doble de la edad que tenía su enamorado cuando Yasmín tenía la edad que él tiene ahora.
¿Qué edad tiene Yasmín?

a) 55 b) 47 c) 59
d) 44 e) 52

15. La suma de las edades actuales de 2 hermanas es 60 años, dentro de 5 años la mayor tendrá el doble de la edad que tenía la menor hace 5 años.
Hallar la suma de las cifras de la edad actual del mayor.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

16. ¿Qué edad tengo, si la edad que tenía hace 10 años es la edad que tendré dentro de 50 años como 1 es a 4?

a) 20 b) 40 c) 50
d) 60 e) 30

17. La edad de Andrea es el doble de la edad que tenía Sebastián cuando Andrea nació; y cuando Andrea tenga el doble de su propia edad, Sebastián tendrá 30 años.
¿Cuál es la edad de Andrea?

a) 6 b) 12 c) 18
d) 20 e) 22

18. Las edades actuales de Cristina y Carlos están en la relación de 5 a 4 respectivamente. La edad que tendrá Carlos dentro de 5 años es igual a la edad que tenía Cristina hace 4 años.
¿Cuántos años tenía Cristina cuando nació Carlos?

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

19. Dentro de 10 años tendré el doble de la edad que tuve, si tendría lo que tengo tuve y tendré, mi edad sería el triple de la edad que tengo.
¿Qué edad tuve hace 5 años?

a) 35 b) 30 c) 25
d) 20 e) 15

20. José le dice a Walter : "Hace 21 años mi edad era la mitad de la edad que tendrás dentro de 4 años, cuando yo tenga el doble de la edad que tú tienes".
¿Qué edad tiene José?

a) 28 años b) 30 años
c) 32 años d) 34 años
e) 11 años

21. Judith tuvo su primer hijo a los 25 años, su segundo hijo a los 30 y 3 años después a su tercer hijo. Si actualmente (2005) la suma de todas las edades es 84.
¿En qué año nació Judith?

a) 1959 b) 1962 c) 1958
d) 1960 e) 1956

22. Las edades de dos personas hace "n" años estaban en la relación de 1 a 3, actualmente sus edades están en la relación de 4 a 7. Si dentro de "2n" años sus edades sumarán 126.
Halle la suma de sus edades dentro de "n" años.

a) 90 b) 95 c) 80
d) 98 e) 96

23. Dentro de 4 años la suma de las edades de 2 hermanos será "k" años. Si hace 4 años la edad del mayor era el triple de la edad del menor.
Hallar la edad actual del mayor.

a) $\frac{k}{4}$ b) $\frac{k}{8}$ c) $\frac{3k-32}{4}$
d) $\frac{3k-28}{4}$ e) 3k - 2

24. Si hubiera nacido 15 años antes, entonces lo que me faltaría actualmente para cumplir 78 años, sería los cinco tercios de la edad que tendría si hubiese nacido 7 años después.
¿Qué edad tendré dentro de 5 años?

a) 38 años b) 32 años
c) 34 años d) 33 años
e) 35 años

25. Antonio le dice a María : "Yo tengo el doble de la edad que tenías, cuando yo tenía la edad que tú tienes, y cuando tú tengas el doble de la edad que yo tengo, la diferencia de nuestras edades será de 8 años".
Hallar la edad de María.

a) 18 años b) 21 años
c) 24 años d) 28 años
e) 32 años

26. Luis Armando nació en $\overline{19ab}$ y actualmente (2001) tiene una edad igual a la suma de cifras de su año de nacimiento.
¿Qué edad tiene?

a) 18 b) 23 c) 24
d) 21 e) 19

27. Celeste tuvo a los 16 años quintillizos, hoy las edades de los 6 suman 88 años. ¿Cuántos años tiene uno de los hijos de Celeste?.

a) 9 b) 15 c) 8
d) 10 e) 12

28. Un niño que nace en el año $\overline{19ab}$ cumplirá 9 años en el año $\overline{19ba}$.
¿Qué edad cumplió en 1983 si no es más de 10?

a) 5 años b) 4 años
c) 6 años d) 8 años
e) 7 años

29. Las edades de 3 hermanos hace 2 años estaban en la misma relación que 3 ; 4 y 5. Si dentro de 2 años serán como 5 ; 6 y 7.
¿Qué edad tiene el menor?

a) 8 años b) 12 años
c) 14 años d) 6 años
e) 18 años

30. Dentro de ***2x*** años tendré 3 veces más de los años que tuve hace ***x*** años. Si a los años que tuve agrego los que tengo y los que tendré, obtendría 84.
¿Qué edad tendré dentro de los mismos años que viví?

a) 84 años b) 48 años
c) 80 años d) 72 años
e) 24 años

31. Cuando nació Verónica, Soledad había cumplido 30 años. Actualmente la suma de dichas edades es 28 años más que la edad de Milagros, quien acaba de cumplir medio siglo.
¿Cuántos años tiene Patricia si cuando ella nació, Verónica tenía 11 años?

a) 13 b) 42 c) 54
d) 24 e) 45

32. Dentro de 8 años la edad de José será un cuadrado perfecto, y hace 16 años tuvo la quinta parte de la raíz de dicho cuadrado.
Halle la edad de José (dé como respuesta la cifra de unidades).

a) 8 b) 7 c) 6
d) 5 e) 4

33. Cuando Manuel nació, Edwin tenía 4 años y cuando Luis nació, Manuel tenía 6 años. Hoy, celebrando el décimo cumpleaños de Luis, Edwin dice tener 18 años y Manuel dice tener 15 años. ¿Cuántos suman los años que ellos ocultan?.

a) 2 b) 5 c) 4
d) 3 e) 6

34. En el mes de mayo un estudiante sumó a los años que tiene todos los meses que ha vivido, obteniendo como resultado 232.
¿En qué mes nació?

a) Julio b) Junio c) Agosto
d) Abril e) Mayo

35. Sara tiene "x" años de edad y José tiene "x^2" años.
Dentro de 10 años, la edad de José será igual al doble de la edad que tendrá Sara, disminuida en 7.
Halle la edad de José.

a) 3 años b) 1 año
c) 9 años d) 16 años
e) 25 años

36. Teresa le dice a Silvia : "Yo tengo el doble de la edad que tú tenía; cuando yo tenía la edad que tú tienes, y cuando tú tengas la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades será 54 años".
¿Cuál es la edad de Silvia?

a) 18 b) 17 c) 16
d) 19 e) 20

37. La edad de Nancy es el doble de la edad que Luis tenía hace 4 años. Si la edad actual de Luis y la que tendrá Nancy dentro de 5 años suman 39 años.
¿Cuántos años tuvo Nancy cuando Luis nació?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

38. El profesor de Razonamiento Matemático nació en el año de $\overline{19ab}$, su hijo en el año $\overline{19ba}$ y en el año de 1992 sus edades estaban en la relación de 4 a 1.
Determinar la edad del profesor en 1992.

a) 20 años b) 25 años
c) 18 años d) 17 años
e) 24 años

39. Manuel le dice a Gerson : "Tú tienes la edad que yo tenía cuando tú tenías la edad que yo tuve cuando tú naciste. Si el doble de tu edad menos mi edad es igual a 15".
¿Cuántos años tenía Manuel cuando Gerson tenía 8 años?

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

40. Yo tengo el cuádruple de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, y cuando tengas el doble de mi edad, la suma de nuestras edades será 175.
¿Qué edad tengo?

a) 60 años b) 28 años
c) 30 años d) 40 años
e) 43 años

41. Mary tuvo en 1988 tantos años como el producto de las dos últimas cifras del año de su nacimiento.
¿Cuál es la suma de cifras del número que expresa el año en que cumplió 15 años?

a) 26 b) 22 c) 24
d) 16 e) 18

42. Si Manuel tuviese 27 años menos, el tiempo que hubiera permanecido durmiendo sería la quinta parte del tiempo que hubiese permanecido despierto si es que tuviese 27 años más. Si en el transcurso de su vida duerme un promedio de 8 horas diarias.
¿Cuántos años lleva durmiendo?

a) 16 b) 10 c) 12
d) 15 e) 21

43. Si la edad que tendré dentro de "n" años se le toma tantas veces como años tendré y a dicha edad se le resta tantas veces los años que tuve hace "n" años, como años tenía, obtendré 36 veces el valor de mi edad.
¿Cuántos años más tendré de aquellos años que tuve?

a) 22 b) 9 c) 18
d) 20 e) 10

44. En el mes de Agosto una persona sumó a los años que tiene los meses que ha vivido y obtuvo 226.
¿En qué mes nació dicha persona?

a) Febrero b) Abril c) Mayo
d) Junio e) Marzo

45. Un hombre fue condenado a prisión. Para que su castigo fuera más duro no le dijeron cuanto tiempo tendría que estar allí, pero el carcelero era un tipo muy decente y el preso le había caído bien.
Preso: Vamos, ¿no puedes darme una pequeña pista sobre el tiempo que tendré que estar en este lugar?
Carcelero: ¿Cuántos años tienes?
Preso: 25
Carcelero: Yo tengo 54, dime que día naciste.
Preso: Hoy es mi cumpleaños.
Carcelero: Increíble, ¡También es el mío!, bueno por si te sirve de ayuda te diré que el día en que yo sea exactamente el doble de viejo que tú, ese día saldrás.
¿Cuánto dura la condena del preso?

a) 4 b) 8 c) 12
d) 6 e) 5

46. Andrea dice : Mi madre tiene 2 veces mi edad actual, la cual es el séxtuplo de la edad que Erik tenía, cuando yo tenía 5 años más de la edad que él tiene; pero cuando yo tenga cuatro veces la edad de Erik la suma de nuestras edades será 105 años. Si la madre de Erik es mayor por 3 años a mi madre.
¿Cuántos años le falta a la madre de Erik para que tenga 70 años de vida?

a) 2 b) 5 c) 7
d) 11 e) 3

47. Nataly le dice a Vanessa : "Cuando yo tenía tu edad, María tenía 10 años" y Vanessa le responde : "Cuando yo tenga tu edad, María tendrá 26 años", María dice : "Si sumamos los años que ustedes me llevan de ventaja, resultará el doble de mi edad.
¿Cuál es la edad de la mayor?

a) 40 años b) 30 años
c) 32 años e) 25 años
e) 48 años

48. Se tiene 16 alumnos a los cuales se les pide que sumen los años que tienen y los años que nacieron y dicho resultado es 32008.
¿Cuántos no cumplen aún años en la actualidad (2001)?

a) 7 b) 8 c) 6
d) 9 e) 10

49. Norma le dice a Marisol: "Tengo el triple de la edad que tú tenías, cuando yo tenía la mitad de la edad que tienes y cuando tengas la edad que tengo, yo tendré el doble de la edad que tenías hace 12 años".
¿Cuánto suman las edades actuales?

a) 64 años b) 66 años
c) 63 años d) 72 años
e) 68 años

50. En 1932 tenía tantos años como expresan las 2 últimas cifras del año de nacimiento. Al poner en conocimiento de mi abuelito esta coincidencia, éste me dejó sorprendido al contestarme que con su edad ocurrió lo mismo.
Me pareció imposible, pero mi abuelo me lo demostró.
Hallar la edad de mi abuelo en 1930.
Nota : *Asumir que el nieto nació en el siglo XX.*

a) 64 años b) 66 años
c) 82 años d) 60 años
e) 61 años

51. Liliana le pregunta su edad al profesor de R.M. y él para confundirla le responde : "Si hubieran pasado 2 veces más los años que han pasado, me faltaría la tercera parte de los años que supongo que pasaron para duplicar la edad que tengo, y la suma de esta supuesta edad actual con mi edad actual sería 80 años.
¿Qué edad tiene el profesor de R.M.?

a) 20 años b) 25 años c) 30 años
d) 35 años e) 18 años

52. Un hijo le dice a su padre : "La diferencia entre el cuadrado de mi edad y el cuadrado de la edad de mi hermana es 95".
El padre contesta : "Es la misma que la diferencia de los cuadrados de mi edad y la de tu madre". (en ese orden)
¿Qué edad tenía el padre, cuando nació su hijo mayor?

a) 40 años b) 48 años
c) 47 años d) 52 años
e) 36 años

53. Cuando yo tenga el doble de la edad que tenía cuando tú tenías la cuarta parte de la edad que tendrás, nuestras edades sumarán 40 años.
¿Qué edad tengo, si nuestras edades al sumarlas resultan un número cuadrado perfecto y además tu edad es un número entero expresado en años?

a) 44 años b) 22 años
c) 24 años d) 16 años
e) 32 años

54. En un salón donde hay 40 alumnos, el profesor suma los años de nacimiento de todos ellos y luego suma las edades de los 40 alumnos; a continuación suma los 2 resultados, obteniéndose finalmente 78868. Si la suma se hizo ayer.
¿Cuántos cumplieron años ya este año?
(Considerar el año 1972)

a) 29 b) 28 c) 27
d) 20 e) 22

55. Ayer 14 de Junio de 1981, dos amigas, Sarita y Tatiana, hicieron lo siguiente: Sarita sumó a su año de nacimiento la edad de Tatiana, y Tatiana sumó a su año de nacimiento la edad de Sarita, se sumaron después ambos resultados, obteniéndose 3951.
Ven que están equivocadas y que Sarita por distraída obtuvo un resultado 1973 incorrectamente si Sarita cumplió años ya éste año y Tatiana aún no.
¿Cuál es la diferencia de las edades de Sarita y Tatiana?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

56. Guillermo y Federico hablan de sus familias:
* –Por cierto –pregunta Federico–, ¿de qué edad son tus tres hijas? Guillermo contesta: –El producto de sus edades es 36 y su suma, casualmente es igual al número de tu casa.
Tras pensar un poco Federico le dice: –me falta un dato.
–Es verdad, me había olvidado de aclararte que la mayor tiene ojos verdes.
¿Qué edad tiene la mayor de las hijas de Guillermo?

a) 11 b) 9 c) 4
d) 6 e) 8

57. Yo tengo el triple de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, y cuando yo tenga el triple de la edad que tenías hace 6 años, tú tendrás 72 años.
¿Cuántos años tenía uno de ellos cuando el otro nació?

a) 14 b) 16 c) 18
d) 20 e) 15

58. Tu edad es el doble de aquella que tenías cuando yo tuve el doble de la edad que tuviste cuando cumplí 4 años. Si nuestras edades suman 32 años.
¿Qué edad tengo?

a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) 20

59. Mi edad actual es 4 años menos de lo que exactamente representa el triple de edad que tenías cuando yo tenía el triple de la edad que tienes hoy; pero cuando tengas mi edad, la suma de nuestras edades será 37 años.
¿Qué edad tengo?

a) 14 b) 16 c) 15
d) 12 e) Absurdo

60. Cuando yo tenía un año menos de la edad que tú tienes, tú tenías 5 años menos de la edad que yo tengo; pero cuando tengas la edad que yo tengo; nuestras edades sumarán 110 años.
¿Qué edad tengo?

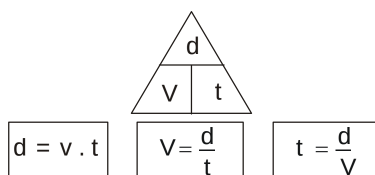
a) 52 b) 54 c) 55
d) 54 e) 48

Claves

01.	e	31.	a
02.	d	32.	b
03.	c	33.	d
04.	a	34.	b
05.	b	35.	c
06.	c	36.	a
07.	d	37.	c
08.	e	38.	e
09.	d	39.	d
10.	a	40.	d
11.	a	41.	a
12.	c	42.	e
13.	a	43.	c
14.	e	44.	e
15.	d	45.	a
16.	e	46.	c
17.	b	47.	a
18.	b	48.	b
19.	c	49.	e
20.	c	50.	a
21.	b	51.	c
22.	e	52.	e
23.	c	53.	b
24.	d	54.	b
25.	c	55.	b
26.	c	56.	b
27.	e	57.	c
28.	a	58.	c
29.	a	59.	e
30.	b	60.	b

Capítulo 7 MÓVILES

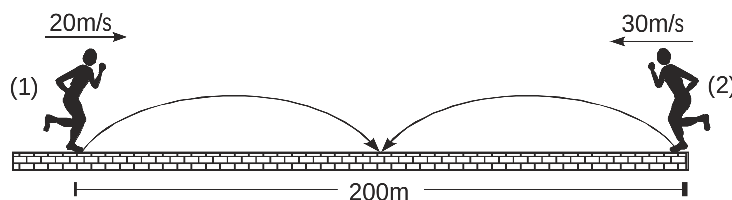
En este capítulo, veremos problemas de móviles enmarcados dentro del movimiento rectilíneo uniforme, donde la aceleración es igual a cero.
No olvidar :



Donde :
d ⟶ Distancia
v ⟶ Velocidad
t ⟶ Tiempo

Además :

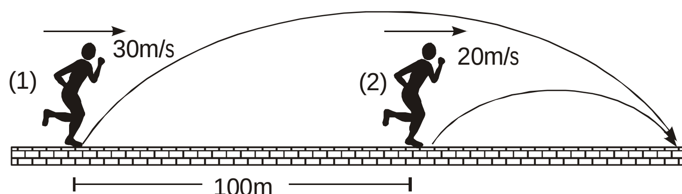
TIEMPO DE ENCUENTRO



En 1 segundo juntos recorren (20 + 30) = 50m, para que ocurra el encuentro, juntos deben recorrer los 200 m que los separa, entonces el tiempo que van a emplear será : $\frac{200}{50} = 4s$

$$\therefore \boxed{t_{encuentro} = \frac{d}{V_1 + V_2}}$$

TIEMPO DE ALCANCE



En 1segundo la persona (1) descontará 10m = (30 - 20), para que ocurra el alcance el descuento debe ser de 100 m. Entonces el tiempo que van a emplear será : $\frac{100}{10} = 10s$

$$\therefore \boxed{t_{alcance} = \frac{d}{V_1 - V_2}}$$

Nota : Para aplicar $t_{encuentro}$ o $t_{alcance}$ ambos móviles deben de partir simultáneamente.

Ejemplo 1 : Un niño ha estado caminando durante 20 horas. Si hubiera caminado 2 horas menos, con una velocidad mayor en 10 Km/h, habría recorrido 10 km menos.
¿Cuál es su velocidad?

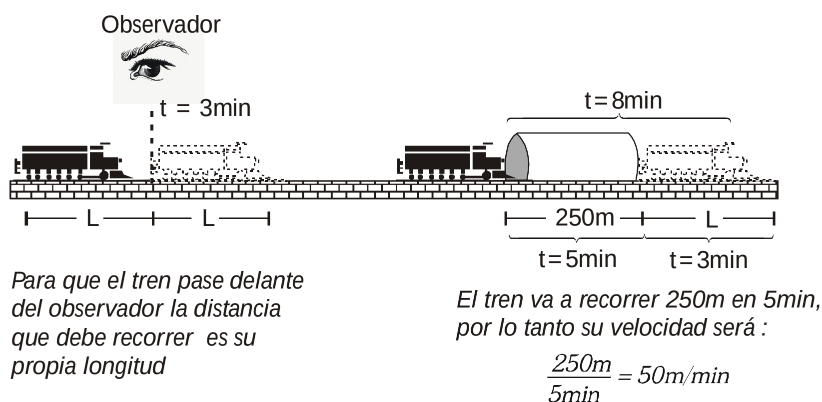
Resolución :

Caso Real	***Caso Supuesto***
$V_1 = X$ Km/h	$V_1 = (X+10)$ Km/h
$t_1 =$ 20 h	$t_1 =$ 18 h
$d_1 =$ 20X Km	$d_1 =$ 18(X+10) Km

Por condición del problema :

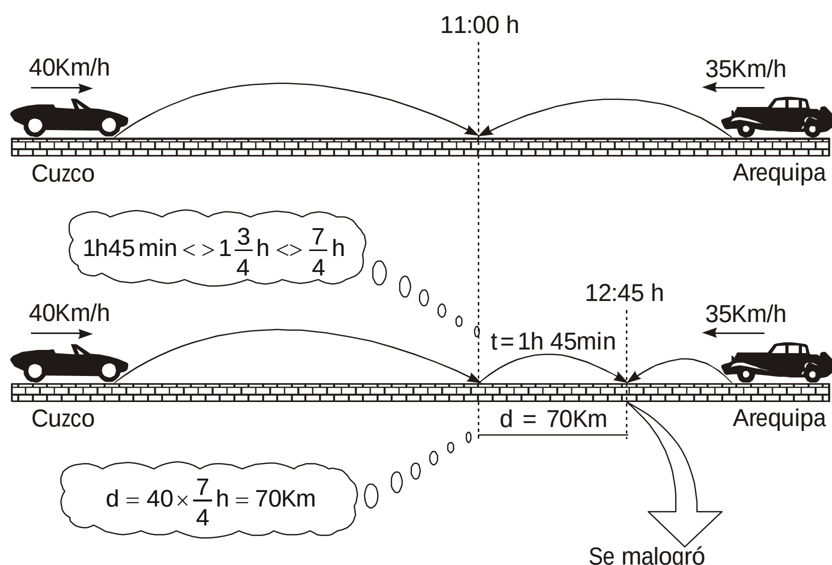
$$d_1 - d_2 = 10\text{Km}$$
$$20X - 18(X+10) = 10$$
$$X = 95$$
$$\therefore \text{ Su velocidad es } 95 \text{ Km/h}$$

Ejemplo 2 : Un tren demora 3 minutos para pasar delante de un observador y 8 minutos para atravesar completamente un túnel de 250 m de longitud.
Calcule la velocidad del tren.



Ejemplo 3 : Todos los días sale del Cuzco a Arequipa un auto a 40 Km/h y se cruza todos los días a las 11 : 00 h con un auto que sale de Arequipa a Cuzco a una velocidad de 35 Km/h. Cierto día el auto que sale del Cuzco encuentra malogrado al otro a las 12 : 45 h.
¿A qué hora se malogró ese auto?

Resolución :



Si el auto que salió de Arequipa no se hubiese malogrado, los 70Km los hubiera recorrido a una velocidad de 35 Km/h en un tiempo de $\frac{70}{35} = 2horas$, y se hubiera encontrado con el otro auto a las 11 :00 h como de costumbre. Por lo tanto en el momento que se malogró faltaba para las 11 : 00 h, 2 horas. Se malogró a las 11 : 00 h - 2h = 09 : 00 h

Ejemplo 4 : Una liebre y una tortuga parten simultáneamente de un mismo punto, la tortuga recorre en cada minuto 10m y la liebre 100m, si ambos se dirigen hacia un mismo punto y además la liebre llega a la meta y regresa donde la tortuga, luego va a la meta y regresa donde la tortuga y así sucesivamente, hasta que ambos llegan juntos a la meta. Si la tortuga recorrió 2Km.
¿Cuántos kilómetros recorrió la liebre?

Resolución :
"Cuando los tiempos empleados son iguales, las distancias recorridas son directamente proporcionales a la velocidad que llevan"

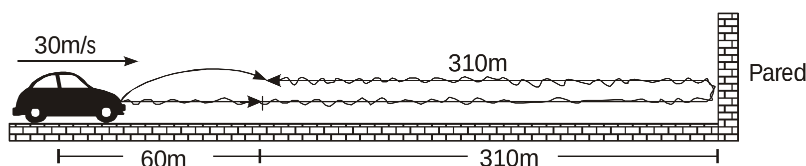
$V_{tortuga} = 10m/min$ $\qquad$ $d_{tortuga} = 2km$

$V_{liebre} = 100m/min$ $\qquad$ $d_{liebre} = ?\,km$

Notamos que la velocidad de la liebre es 10 veces la velocidad de la tortuga, por lo tanto la distancia total que recorre la liebre es 10(2km) = 20km

Ejemplo 5 : Un alumno quiere suicidarse y para esto va con su auto a una velocidad de 30m/s directamente contra una pared. Si en un instante de su movimiento toca la bocina y luego de 2 segundos escucha el eco.
¿A qué distancia de la pared tocó la bocina?
(Velocidad del sonido : 340 m/s)

Resolución :
El auto en 2 segundos recorre : $2\times 30 = 60m$
El sonido en 2 segundos recorre : $2\times 340 = 680m$



$\therefore$ Tocó la bocina a : 60 + 310 = 370 m de la pared

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Juana se dirige desde su casa a la academia, en bicicleta, empleando un tiempo de 30 minutos; para volver, aumenta su velocidad inicial en 4m/min, demorándose esta vez 6 minutos menos.
¿Cuál es la distancia que recorrió en total?

a) 960 m b) 920 m c) 860 m
d) 880 m e) 940 m

02. Félix va de ***A*** a ***B*** en dos horas. Al volver, como él ha recorrido 11m más por minuto, ha recorrido el trayecto en 15 minutos menos.
Hallar la distancia entre ***A*** y ***B***.

a) 10,75 km b) 12,5 km
c) 8,84 km d) 11,5 km
e) 9,24 km

03. La rapidez de 2 móviles son entre sí como 3 es a 4.
¿Dentro de cuánto tiempo estarán separados una distancia de 60km, si partieron juntos en el mismo sentido, sabiendo además que la diferencia de sus velocidades es de 10 km/h?

a) 6 h b) 7 h c) 8 h
d) 9 h e) 5 h

04. Viajando a 100 km/h un piloto llegaría a su destino a las 19 horas. Viajando a 150 km/h llegaría a las 17 horas.
¿Con qué velocidad debe viajar si desea llegar a las 18 horas?

a) 125 km/h b) 120 km/h
c) 130 km/h d) 135 km/h
e) 132 km/h

05. Alex y Luisa discuten acaloradamente en una de las esquinas de la avenida Arequipa, de pronto dan por terminada su relación partiendo en direcciones perpendiculares con velocidades de 16 y 12 m/s respectivamente.
¿Después de qué tiempo estos personajes estarán a una distancia de 90m, lamentando su decisión?

a) 4 s b) 5 s c) 6 s
d) 4,5 s e) 7 s

06. Pedro y Juan inicialmente separados una distancia de 1030 m, corren al encuentro el uno del otro, a razón de 65 m/min y 85 m/min respectivamente, si Pedro salió 2 minutos antes que Juan y el encuentro se produjo justo al mediodía.
¿A qué hora se puso a correr Juan?

a) 11 h 38min b) 11 h 54min
c) 11 h 42min d) 11 h 57min
e) 11 h 49min

07. Tres autos se desplazan en una pista circular con velocidades que son proporcionales a 4; 5 y 7 respectivamente. Si la suma de los tiempos que ha tardado cada uno en dar una vuelta a la pista es 2min 46s.
¿Cuál es el tiempo que ha tardado el más veloz en dar una vuelta?

a) 30 s b) 20 s c) 40 s
d) 35 s e) 50 s

08. Dos transbordadores cuyas longitudes son 120 y 180m, se desplazan en sentidos contrarios y rectilíneos con velocidades de 7m/s y 23m/s respectivamente.
¿Cuánto tiempo demoran en cruzarse?

a) 13 s b) 10 s c) 23 s
d) 35 s e) 30 s

09. Alessandro y Lucas están separados 600 m y parten al mismo tiempo al encuentro uno del otro. Después de cuánto tiempo estarán separados 200 metros por segunda vez, si las velocidades de Alessandro y Lucas son 20m/s y 30m/s respectivamente?

a) 20 s b) 32 s c) 16 s
d) 24 s e) 18 s

10. Un tren tiene que recorrer 360 km en un tiempo determinado. En la mitad del trayecto tuvo que detenerse durante 1 hora y en el resto del recorrido aumentó su velocidad en 2 km/h.
¿Cuánto tiempo empleó el tren en el viaje?

a) 30 h b) 20 h c) 25 h
d) 24 h e) 28 h

11. Dos móviles separados por una distancia de 120m parten en sentidos opuestos uno al encuentro del otro simultáneamente con velocidades de 4m/s y 6m/s, respectivamente.
¿Luego de cuántos segundos se encontraron por segunda vez, si ellos llegan a recorrer los 120m y vuelven a su punto de partida?

a) 12 seg b) 18 seg c) 24 seg
d) 30 seg e) 36 seg

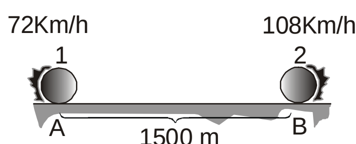
12. Un camión emplea 8 seg en pasar delante de un observador y 38 seg en recorrer una estación de 120 m de longitud.
Hallar la longitud del camión.

a) 45 m b) 38 m c) 30 m
d) 32 m e) 60 m

13. Dos autos parten de un mismo punto y se mueven en el mismo sentido con velocidades de 40 m/s y 20 m/s. Delante de ellos, a 900 m, hay un árbol.
¿Después de qué tiempo los móviles equidistan del árbol?

a) 40 s b) 30 s c) 20 s
d) 18 s e) 16 s

14. Los móviles mostrados se mueven con velocidades constantes.
¿Después de qué tiempo ***1*** dista de ***B*** lo mismo que ***2*** dista de ***A***?



a) 10 seg b) 100 seg c) 80 seg
d) 60 seg e) 120 seg

15. Sebastián debe recorrer 80 km en 4 horas, llegó a la cuarta parte del camino y observó que su velocidad media fue de 5km/h inferior a la que debió llevar.
¿Cuál fue la velocidad en km/h durante el tiempo que le restó, si llegó a la hora fijada?

a) 20,5 b) 22,5 c) 21
d) 21,5 e) 25

16. Dos ciclistas parten al mismo tiempo y a su mutuo encuentro de dos ciudades M y N, distantes 500 km y el encuentro se produce a 200 km de M. Si el que partió de M hubiera partido 5 horas antes que el otro, el encuentro se hubiera producido en el punto medio del camino.
¿Cuál es la velocidad del que partió de N?

a) 25 Km/h b) 20 Km/h d) 19 Km/h
d) 30 Km/h e) 60 Km/h

17. Una persona ubicada entre dos montañas emite un grito y recibe el primer eco a los 3s y el segundo a las 3,6s.
¿Cuál es la separación entre las montañas?

a) 2080 m b) 2040 m c) 1020 m
d) 1122 m e) 2244 m

18. En una pista circular de 3000 m dos atletas parten juntos en sentido contrario y se cruzan al cabo de 20min. Después de 5min llega el más veloz al punto de partida.
¿Cuál es la velocidad del otro en m/min?

a) 120 b) 36 c) 40
d) 18 e) 30

19. Tres trenes parten del mismo punto y siguen sobre vías paralelas y en la misma dirección, el primero parte a las 06:00 h, el segundo a las 07:00 h y el tercero a las 09:00. Siendo sus velocidades de 25; 30 y 40km/h respectivamente.
¿A qué hora el tercer tren estará en el punto medio de la distancia que separa al primero y del segundo?

a) 14 : 24 h b) 16 : 32 h
c) 19 : 15 h d) 18 : 32 h
e) 19 : 12 h

20. Una persona debe llegar a un determinado lugar a las 12 del mediodía y observa que caminando a razón de 3km/h llegaría 5 horas después y caminando a 6 km/h llegaría 5 horas antes.
¿Con qué velocidad debe caminar para llegar a las 12m?

a) 3 km/h b) 4 km/h c) 5 km/h
d) 6 km/h e) 2 km/h

21. Dos móviles A y B separados una distancia "x" parten al encuentro.
¿Con cuánto tiempo de anticipación debe partir A para encontrarse justo a la mitad del trayecto, si sus velocidades son "r" y "2r" respectivamente?

a) $\frac{x}{r}$ b) $\frac{x}{2r}$ c) $\frac{x}{4r}$
d) $\frac{x}{8r}$ e) $\frac{x}{6r}$

22. Un rifle es disparado sobre un blanco. Dos segundos después de disparar se oye el sonido de la bala al dar en el blanco, si la velocidad de la bala es 510 m/s.
¿A qué distancia del blanco se disparó?

a) 440 m b) 415 m c) 408 m
d) 420 m e) 410 m

23. Un caballo parte de A en dirección de B, al mismo tiempo que dos peatones parten de B en sentidos opuestos. El caballo los encuentra a uno en M y al otro en N. Se pide calcular la distancia $\overline{AB}$, sabiendo que los dos peatones marchan con la misma velocidad constante mientras que el caballo marcha a 4 veces esa velocidad y la distancia $\overline{MN}$ es 32km.

a) 60 km b) 30 km c) 44 km
d) 48 km e) 64 km

24. Dos relojes colocados en los extremos de una calle de 1804 m de longitud, dan las horas con 3 segundos de intervalo.
¿A qué distancia de uno de los relojes se encuentra el punto de la calle desde el cual se oye a los dos relojes dar la hora al mismo instante?

(Dar como respuesta la menor distancia)

a) 402 m b) 392 m c) 292 m
d) 502 m e) 672 m

25. Dos atletas están separados 150m, si corren al encuentro uno del otro, éste se produce al cabo de 10 segundos; pero si corren el uno en pos del otro, el alcance se produce a los 30 segundos.
Hallar la velocidad del atleta que da alcance al otro.

a) 15 m/s b) 16 m/s c) 18 m/s
d) 10 m/s e) 20 m/s

26. Un muchacho sale de un punto "A" en un bus a una velocidad de 36 km/h y llega a un punto "B"; él desea regresar caminando a una velocidad de 4km/h (siguiendo el mismo camino).
Se sabe que todo el recorrido duró 10 horas.
¿Cuánto tiempo estuvo caminando?

a) 6 h b) 7 h c) 8 h
d) 9 h e) 10 h

27. Dos móviles están separados por una distancia de 756m. Si parten al encuentro uno del otro, con rapidez constante de 12 y 3m/s respectivamente.
¿Después de qué tiempo estarán separados por una distancia que es la media geométrica de los espacios recorridos por los móviles?

a) 32 s b) 30 s c) 36 s
d) 24 s e) 28 s

28. Dos móviles parten de dos puntos opuestos "M" y "N" y van al encuentro uno del otro. Después de producido el encuentro el primero demora 9 horas en llegar a "N" y el segundo 16 horas en llegar a "M".
Hallar la relación de sus rapideces.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{7}$
d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{5}{9}$

29. Dos móviles "A" y "B" pasan simultáneamente por un mismo punto. "A" lo hace en dirección Sur a 36 km/h y "B" en dirección Este a 48 km/h.
Halle el tiempo que debe transcurrir para que ambos estén separados 720 km.

a) 8 h b) 10 h c) 9 h
d) 11 h e) 12 h

30. Dos trenes de igual longitud se desplazan con rapidez constante y tardan 6 segundos en cruzarse cuando viajan en sentidos contrarios. Si el de mayor rapidez tarda 8 segundos en pasar totalmente al otro cuando van en el mismo sentido, la relación entre las rapideces de los trenes es :

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{5}{7}$
d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{1}{5}$

31. Dos móviles se dirigen uno al encuentro del otro. Inicialmente se encuentran separados 195 km y la velocidad de uno de ellos es 35 km/h; si se encuentran luego de 2,5 h.
¿Cuál es la velocidad del otro?

a) 80 km/h b) 50 km/h
c) 60 km/h d) 40 km/h
e) 43 km/h

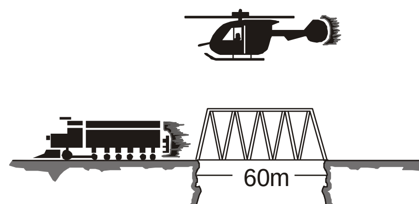
32. Un hombre debe realizar un viaje de 820km en 7 horas. Si realiza parte del viaje en un avión a 200 km/h y el resto en coche a 55 km/h.
Hallar la distancia recorrida en coche.

a) 200 km b) 220 km c) 180 km
d) 240 km e) 190 km

33. Dos trenes marchan en sentido contrario y sobre vías paralelas, con velocidades de 18 y 30 km/h respectivamente. Un pasajero en el segundo tren calculó que el primero demoró en pasar 9 segundos.
¿Cuál es la longitud de este último tren?

a) 80 m b) 190 m c) 100 m
d) 180 m e) 120 m

34. Si al pequeño helicóptero le toma 3s pasar sobre el puente.
¿Durante cuánto tiempo estará por encima del tren de 120m de longitud, si a éste le tomó 18s cruzar completamente dicho puente?
(Considere que ambos móviles van a rapidez constante)



a) 5 s b) 6 s c) 15 s
d) 10 s e) 12 s

35. Un alumno razona diciendo : si voy a 80 m/min llegaré al examen 1 hora después, pero si lo hago a 120 m/min llegaré 1 hora antes.
¿A qué velocidad debe ir para llegar a la hora exacta?

a) 90 m/min b) 96 m/min
c) 100 m/min d) 110 m/min
e) 102 m/min

36. En una maratón, el primer lugar corre a razón de 4,5km/h y le lleva una ventaja de 15km al segundo lugar, pero éste logra alcanzarlo en 1 hora y media. Calcular la velocidad del segundo corredor.

a) 21,75 km/h b) 14,5 km/h
c) 11,75 km/h d) 16 km/h
e) 18,25 km/h

37. Cuando un auto, a rapidez constante sale de una ciudad ***A*** a las 6a.m. llega a la ciudad ***B*** a las 11 a.m., otro auto con rapidez constante saliendo de ***B*** a las 8 a.m. llegará hasta ***A*** a las 12 a.m.
¿A qué hora se cruzarán si ***A*** dista de ***B*** 400 km?

a) 09 : 45 b) 10 : 00 c) 08 : 30
d) 09 : 20 e) 09 : 30

38. Un auto marcha a 100 km/h por una carretera paralela a la vía de un tren.
¿Cuánto tiempo empleará el auto en pasar a un tren de 400 m de largo, que marcha a 60 km/h en la misma dirección y sentido?

a) 9 seg b) 18 seg c) 27 seg
d) 40 seg e) 36 seg

39. Dos móviles ***A*** y ***B*** disputan una carrera de 800 m. Si ***A*** da a ***B*** 200 m de ventaja llegan al mismo tiempo a la meta; en cambio si le dan 80 m de ventaja le gana por 20 seg.
¿Cuál es la velocidad de ***A***?

a) 8 m/s b) 12 m/s c) 10 m/s
d) 9m/s e) 15 m/s

40. De un punto "A" parten dos móviles simultáneamente hacia el punto ***B,*** distante a 700 km, con velocidades constante de 20 y 50 km/h respectivamente. El que llega primero regresa inmediatamente hacia ***A***.
¿Qué espacio recorrió el más lento hasta cruzarse con el otro?

a) 300 km b) 500 km c) 200 km
d) 600 km e) 400 km

41. Un móvil que debió cubrir 2 ciudades A y B en 40 minutos se detuvo 10 minutos en su trayecto y luego partió con $\frac{2}{3}$ de su velocidad anterior, llegando 20 minutos atrasado.
¿A los cuántos minutos se detuvo?

a) 10 b) 20 c) 5
d) 15 e) 25

42. Patricia recorre 36km en 8 horas, los 12 primeros km con una velocidad superior en 2km a la velocidad del resto del recorrido.
Calcular la velocidad con que recorrió el primer trayecto.

a) 6 km/h b) 8 km/h c) 4 km/h
d) 2 km/h e) $\frac{1}{2}$ km/h

43. Trilcito camina 35km, una parte a 4km/h y otra a 5 km/h. Si hubiera caminado a 5 km/h cuando caminaba a 4 km/h y viceversa, hubiese caminado 2 km más en el mismo tiempo.
¿Cuánto tiempo estuvo caminando?

a) 7 h b) 7,5 h c) 9 h
d) 8 h e) 6 h

44. Dos ciclistas corren en una pista circular uno por la parte interior y el otro por la parte exterior con velocidades de 9m/s y 15m/s respectivamente. Si la relación de tiempos en dar una vuelta es de 4 a 3.
¿Cuál será la relación de tiempos al dar una vuelta, si el ciclista que se encontraba en la parte interior pasa a la parte exterior y lo mismo hace el que se encontraba en la parte exterior?

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{12}{25}$ c) $\frac{11}{17}$
d) $\frac{8}{11}$ e) $\frac{15}{19}$

45. Un móvil después de avanzar el 30% de su recorrido, aumenta su velocidad en 40% con el que llega 5 horas antes. ¿Qué tiempo tarda en hacer su recorrido normal?

a) 10 h b) 20 h c) 15 h
d) 25 h e) 18 h

46. Las sacudidas características que se producen en un tren se deben al paso de las ruedas de uno y otro tramo de la vía. Si estas tienen 7m de longitud y se oye 48 golpes cada 30s.
¿Cuál es la velocidad del tren en m/s? (aproximadamente)

a) 13 m/s b) 11 m/s c) 10 m/s
d) 12 m/s e) 9 m/s

47. Las velocidades de José, Dante y Vicente son iguales a 8; 10 y 6 m/s respectivamente. Participan en una carrera donde Dante les da una ventaja de 40 y 24 m a Vicente y José respectivamente. Si la carrera fue ganada por Dante cuando José aventajaba en 14m a Vicente.
¿En cuánto aventajó Dante a José en dicho momento?

a) 8 m b) 5 m c) 4 m
d) 7 m e) 6 m

48. Un camino de ***A*** a ***B*** consta de una subida y una bajada; un peatón que se dirige de ***A*** a ***B*** recorre todo el camino en 13 horas y en el camino de regreso demora 1 hora menos. Si a la subida va a 2 km/h y a la bajada a 3 km/h.
¿Cuál es la longitud del camino?

a) 12 km b) 18 km c) 32 km
d) 20 km e) 30 km

49. Un cazador dispara una bala con una velocidad de 170 m/s y escucha que llega al blanco en 5s.
¿A qué distancia del cazador se encuentra el blanco? Considere que la trayectoria de la bala es rectilínea y que la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

a) 572 m b) 566,6 m c) 558,2 m
d) 561 m e) 564,3 m

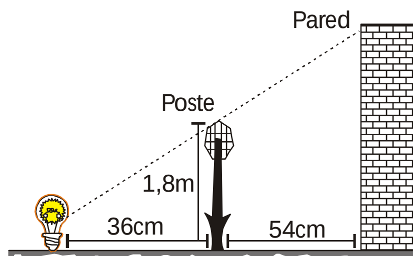
50. La sirena de una fábrica suena en forma continua durante 9s. Un obrero se dirige hacia la fábrica en un autobús con una rapidez constante de 72 km/h.
¿Cuánto tiempo escucha dicho obrero la sirena?
(Considerar la velocidad del sonido: 340m/s)

a) 7 s b) 7,5 s c) 9,5 s
d) 8,5 s e) 9 s

51. Luis hace un recorrido de 264km a cierta velocidad, al volver por la misma ruta aumenta en 10% su velocidad de ida, lo que significa 20min menos en la vuelta.
¿A qué velocidad corrió en su viaje de ida, en km/h?

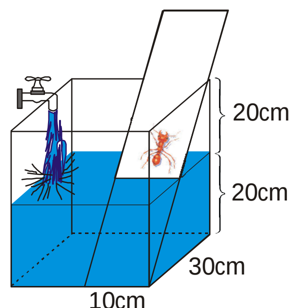
a) 68 b) 72 c) 75
d) 64 e) 81

52. La siguiente figura muestra un foquito encendido que emerge desde el piso manipulado por un elemento mecánico a una rapidez constante, alcanzando una altura donde la sombra proyectada por el poste alcanza el punto más bajo de la pared.
Hallar la relación de la rapidez del foco respecto a la sombra.



a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{6}$

53. Al recipiente ingresa agua a razón constante de $600\text{cm}^3/\text{s}$, ¿con qué mínima rapidez constante debe subir la hormiga por la superficie inclinada, a partir del instante mostrado, para no ser alcanzada por el agua?.



a) 2,5 cm/s b) 5 cm/s c) 4,8 cm/s
d) 3,5 cm/s e) 4,5 cm/s

54. Dos corredores "E" y "D" parten al mismo tiempo del vértice "A" del triángulo equilátero ABC, uno por el lado AB y el otro por el lado AC, cuando se cruzan están por el lado BC a 10m. del vértice C, continúan desplazándose. Cuando se cruzan por segunda vez están a la mitad del lado AB.
Halle el perímetro del triángulo ABC.

a) 150 m b) 120 m c) 110 m
d) 136 m e) 125 m

55. Un atleta tiene que recorrer 2000 metros con una velocidad uniforme de 8m/s, en el camino tropieza con tres obstáculos que distan entre sí 15 metros y le hacen perder un número de segundos igual a la distancia (en metros), que había recorrido desde el lugar de su partida. Sabiendo que el correo llega a su destino después de 415s.
Calcular la posición del segundo obstáculo (desde el punto de partida).

a) 40 m b) 50 m c) 70 m
d) 65 m e) 80 m

56. Dos nadadores parten al mismo tiempo de los extremos de una piscina de 90m de longitud, con velocidades de 3 y 2m/s; atraviesan la piscina varias veces durante 12min. Suponiendo que no se pierde tiempo al voltear, el número de veces que se han encontrado será :

a) 24 b) 21 c) 20
d) 19 e) 18

57. Un estudiante va a pie de la Universidad San Marcos a los Olivos. Sale a las 16h y recorre 70m/min. En cierto punto de la carretera sube a un micro que recorre 630m/min y que pasó por San Marcos a las $16\frac{1}{3}$h.
¿A qué distancia de San Marcos abordó el estudiante el micro?

a) 1565 m b) 1555 m c) 1590 m
d) 1575 m e) 1600 m

58. Dos trenes marchan en sentido contrario y sobre vías paralelas con velocidades de 14 y 22 km/h. Un pasajero ubicado en el segundo tren calculó que el primero demoró en pasar 7s.
¿Cuál es la longitud de este último tren?

a) 70 m b) 60 m c) 80m
d) 90 m e) 50 m

59. Smith conducía su automóvil a velocidad prácticamente constante. Iba acompañado de su esposa, sentado en el asiento vecino.
– ¿Te has dado cuento de que estos antipáticos anuncios de la cerveza Flatz parece estar regularmente espaciados a lo largo de la carretera? –le dijo a su mujer–. Me pregunto a qué distancia estarán.
La señora Smith echó un vistazo a su reloj de pulsera y contó el número de anuncios que rebasaban en un minuto.
–¡Qué raro! –exclamó Smith–. Si se multiplica ese número por diez se obtiene exactamente nuestra velocidad en kilómetros por hora.
¿Cuál es la distancia entre los avisos? (aprox)

a) 152 m b) 190 m c) 175 m
d) 167 m e) 120 m

60. Un estudiante aborda todos los días un microbús para llegar a su clase a las 08 : 00 h pero hoy perdió el microbús, y éste pasó 16 minutos después del primero y arribó en el triple del tiempo normal llegando a las 08 : 28 h.
¿A qué hora partió?

a) 08 : 10 h b) 08 : 15 h c) 08 : 05 h
d) 07 : 58 h e) 07 : 56 h

Claves

01.	a	31.	e
02.	e	32.	c
03.	a	33.	c
04.	b	34.	e
05.	d	35.	b
06.	b	36.	b
07.	c	37.	d
08.	b	38.	e
09.	c	39.	a
10.	b	40.	e
11.	e	41.	b
12.	d	42.	a
13.	b	43.	d
14.	d	44.	b
15.	b	45.	d
16.	a	46.	b
17.	d	47.	e
18.	e	48.	e
19.	a	49.	e
20.	b	50.	d
21.	c	51.	e
22.	c	52.	c
23.	a	53.	a
24.	b	54.	b
25.	d	55.	c
26.	d	56.	c
27.	c	57.	d
28.	b	58.	a
29.	e	59.	d
30.	a	60.	a

Capítulo

8 CRONOMETRÍA

A. *PROBLEMAS SOBRE CAMPANADAS O AFINES*

Cuando nos referimos a un evento que implica una acción, como campanadas golpes, contactos seguidos a velocidad constante, debemos considerar que el tiempo transcurrido es propiamente el de los periodos comprendidos entre contacto y contacto, y no la duración del contacto.

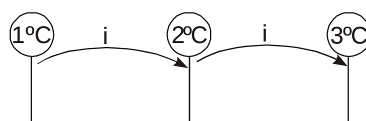
Ejemplo 1

En el campanario de una iglesia se hace oscilar el péndulo dando tres campanadas en seis segundos. ¿En cuántos segundos se dieron 7 campanadas?

Resolución :

1er método :

Graficando tenemos



Se observa que en tres campanadas hay 2 intervalos de tiempo (I)

$\rightarrow$ 2I = 6 seg

I = 3 seg

Ahora en 7 campanadas habrá 6 intervalos de tiempo, entonces el tiempo pedido será :

6(3) = 18 seg.

Finamente se deduce :

Número de intervalos de tiempo (I)	=	Número de campanadas	− 1

2º método :

DP

Nº de campanadas	Nº de intervalos	Tiempo
3 ⟶	2	6 seg
7 ⟶	6	x seg

2x = 6(6)

x = 18seg

Ejemplo 2

Un reloj de pared indica la hora con igual número de campanadas; para indicar las 6 : 00 p.m. demora 9 segundos. ¿Qué hora indica si dicho reloj ha tocado campanadas durante 18 segundos?

Resolución :

Hora	Nº de campanadas	Nº de intervalos	Tiempo
⟶	⟶		
⟶	⟶		

$\therefore$ El reloj indica las

B. PROBLEMAS SOBRE CALENDARIOS

El calendario a lo largo de la historia **:**

* Todos los calendarios están basados en los movimientos de los astros, principalmente el sol, la tierra y la luna.
* A lo largo de la historia las diferentes civilizaciones han propuesto distintas soluciones al problema del cómputo del tiempo, viéndose obligadas siempre a establecer mecanismos de corrección. Según el predominio de uno u otro ciclo, los calendarios se pueden clasificar en lunares, solares y lunisolares. He aquí algunos ejemplos :

CALENDARIO	***DISTRIBUCIÓN DEL AÑO***	***CORRECCIÓN O DESVIACIÓN***
EGIPCIO	12 meses de 30 días + 5 días festivos.	Cada 1461 años se retrasa 1 año.
GRIEGO	12 meses de 29 días y 30 días.	Cada 36 u 8 años se añade 1 mes.
AZTECA	18 meses de 20 días + 5 días.	Correcciones discrecionadas.
ISLÁMICO	12 meses de 29 días y 30 días.	Ciclo de 30 años con 12 bisiestos.
HEBREO	50 semanas y 3; 4 ó 5 días.	Corrección por criterios litúrgicos.
CHINO	12 meses de 29 y 30 días.	Años bisiestos de 13 meses.

Observación :
En los problemas a tratar debemos tener a consideración los años bisiestos, los cuales son todos aquellos cuyas dos últimas cifras dan un número múltiplo de 4.

Ejm :

$1932 \longrightarrow 32 \longrightarrow \overset{\circ}{4}$ si es bisiesto

$1942 \longrightarrow 42 \longrightarrow$ no es $\overset{\circ}{4}$ no es bisiesto

Además en aquellos años que terminan en 2 ceros sólo será bisiesto si es que es múltiplo de 400.

Ejm :

1900 ⟶ no fue bisiesto
1600 ⟶ si fue bisiesto

Ejemplo 3
El 1 de Enero de cierto año fue martes. ¿Qué día fue el 24 de Enero de ese mismo año?

Resolución :
De los datos se plantea lo siguiente :

	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes
ENERO	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24				

→ el 24 de Enero fue Jueves.

Observación :
Del cuadro se observa que los grupos de 7 días son de Martes a Lunes, y nos damos cuenta que de el 1 de enero al 24 de enero, hay 3 grupos de 7 días más 3 días, esto se consigue haciendo lo siguiente :

24 | 7
21 | 3 grupos ⟹ de Martes a Lunes
3
Ma Mi Jueves

Ejemplo 4
Si el 8 de enero de 1912 fue Jueves. ¿Qué día fue en ese año el 10 de Junio?

Ejemplo 5
Si el 2 de febrero de 1935 fue Viernes. ¿Qué día fue en ese mismo año 26 de Diciembre?

Ejemplo 6
Si el 12 de Febrero de 1980 fue Miércoles. ¿Qué día será el 12 de Febrero del año 2010?

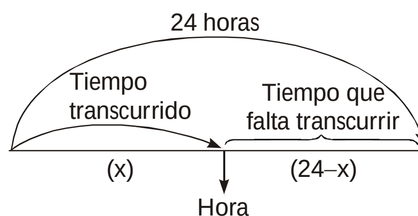
Ejemplo 7
Si el 16 de Octubre del año 2004 fue Sábado. ¿Qué día será 25 de Noviembre del año 2080?

C. PROBLEMAS SOBRE TIEMPO TRANSCURRIDO

La referencia en éste caso es a problemas que en su enunciado establezcan una relación entre un intervalo de tiempo transcurrido y otro que falte por transcurrir; de tal manera que ambos intervalos sumen un periodo conocido como son las 24 horas de un día, los 7 días de la semana, los 30 días del mes de Abril, los 365 días de un año ordinario, etc.
He aquí algunos ejemplos :

Ejemplo 8
Si el tiempo que falta transcurrir del día es la tercera parte del tiempo transcurrido. ¿Qué hora es?

Resolución:
De los datos se hace del siguiente diagrama :



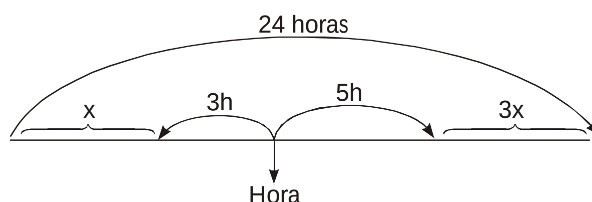
Del enunciado :

$$(24-x)=\frac{x}{3}$$
$$72 - 3x = x$$
$$72 = 4x$$
$$18 = x$$

$\therefore$ La hora es 18 : 00 h < > 6 p.m.

Ejemplo 9
Si fuera 5 horas más tarde de lo que es, faltarían para acabar el día, el triple de las horas que habían transcurrido hasta hace 3 horas.
¿Qué hora es?

Resolución :
Sea "x" el tiempo transcurrido hasta hace 3 horas. Entonces "3x" será el tiempo que faltará para acabar el día dentro de 5 horas.
Ahora veamos el siguiente esquema :



Del gráfico se deduce : $x + 3 + 5 + 3x = 24$
Resolviendo : $x = 4$
$\therefore$ La hora es : $x + 3 = 7 : 00$ h

Ejemplo 10

¿A qué hora los $\frac{2}{3}$ de lo que queda del día es igual al tiempo transcurrido?

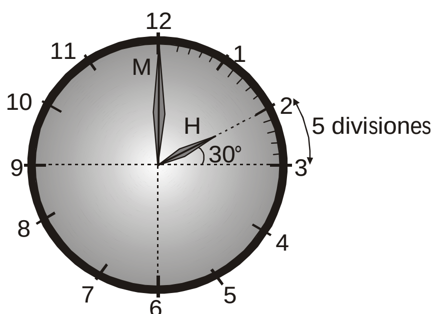
Ejemplo 11
Cuando sean 2 horas más tarde de lo que es, faltarán para las 14 : 00 h el doble del número de minutos transcurrido desde las 10 : 00 h. ¿Qué hora será dentro de 20 minutos?

Ejemplo 12

Trilcito se casó en 1997 cuando la mitad del tiempo transcurrido de aquel año era igual a la cuarta parte de lo que faltaba por transcurrir. ¿En qué fecha y hora se casó?

D. *RELACIÓN ENTRE LOS RECORRIDOS DEL HORARIO Y MINUTERO*

Observamos el siguiente esquema :



<u>En la circunferencia de un reloj hay</u> :

60 divisiones < > 60 minutos < > 360º

Simplificando se obtiene :

1 división	< >	1 minuto	< >	6º

<u>Cada hora</u> :

Espacio recorrido por el horario = 5 divisiones (E R H)

Espacio recorrido por el minutero = 60 divisiones (E R M)

<u>Se deduce</u> :

$$\frac{ERH}{ERM} = \frac{1}{12}$$

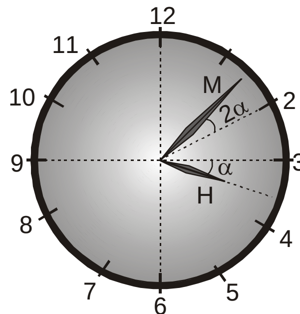
<u>Observación</u> :

$\times$ 12

Esta relación respecto a los espacios recorridos

H		***M***
1	⟶	12
2	⟶	24
3	⟶	36
:		:
x	⟶	12x
α	⟶	12α
n	⟶	12n

Ejemplo 13
¿Qué hora indica el reloj mostrado?



Ejemplo 14
¿A qué hora entre las 7 y las 8, el minutero ha pasado a la marca de las 9 tantas divisiones como el triple de las divisiones que le falta al horario para llegar a las 8?

F. USO DE LA FÓRMULA GENERAL

$$\alpha = \pm\frac{11}{2}(M) \mp 30(H)$$

Ejemplo 15
¿Qué ángulo forman las manecillas del reloj a las siguientes horas?
I. 08 : 26 h

II. 02 : 48 h

III. 12 : 18 h

Ejemplo 16
¿A qué hora entre las 4 y las 5 las agujas del reloj forman un ángulo de :
I. 80º por primera vez.

II. 80º por segunda vez

Ejemplo 17
¿A qué hora entre la 1 y las 2, las agujas del un reloj forman un ángulo de 100º por segunda vez?

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Un reloj da 6 campanadas en 8 segundos.
¿Cuántas campanadas dará en 24 segundos?

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

02. Un reloj da 7 campanadas en 20 segundos.
¿En cuántos segundos dará 13 campanadas?

a) 40 b) 45 c) 35
d) 30 e) 32

03. Un reloj toca tantas campanadas en cada hora como la hora marca en ese instante.
¿Cuántas campanadas tocará en 3 días?

a) 465 b) 463 c) 348
d) 460 e) 468

04. El 12 de Enero de 1960 fue Martes.
¿Qué día fue el 18 de Mayo de ese mismo año?

a) Martes b) Jueves
c) Lunes d) Viernes
e) Miércoles

05. El 9 de Abril de 1996 fue Sábado.
¿Qué día fue el 24 de Octubre de ese mismo año?

a) Martes b) Miércoles
c) Lunes d) Domingo
e) Sábado

06. Si el 19 de Febrero de 1992 fue Viernes, entonces el 15 de Marzo de 1997 fue :

a) Lunes b) Sábado
c) Miércoles d) Domingo
e) Martes

07. Si el 8 de Enero de 1926 fue Lunes, entonces el 15 de Marzo de 1975 fue :

a) Lunes b) Miércoles
c) Jueves d) Martes
e) Viernes

08. Ricardo nació en 1972 a las 06 : 00 h, de un día tal que los días transcurridos eran $\frac{1}{5}$ de los días que faltan transcurrir de ese año.
¿En qué día nació Ricardo, si el 1 de Enero de ese año fue Lunes?

a) Lunes b) Miércoles
c) Sábado d) Martes
e) Jueves

09. Kike le dice a Flor : "Nos encontraremos en el lugar de siempre, cuando las horas transcurridas del día sean $\frac{3}{5}$ de las horas que faltan transcurrir"
¿A qué hora fue el encuentro?

a) 08 : 00 b) 09 : 00 c) 10 : 00
d) 08 : 30 e) 09 : 30

10. Si el 14 de Febrero de 1992 fue Sábado.
¿Qué día fue el 19 de Agosto de ese mismo año?

a) Miércoles b) Martes
c) Jueves d) Viernes
e) Sábado

11. Un reloj da tantas campanadas en cada hora como la hora marca en ese instante.
¿Cuántas campanadas dará en 2 días?

a) 256 b) 312 c) 144
d) 272 e) 324

12. Si el 7 de Enero de 1972 fue Viernes.
¿Qué día fue el 16 de Abril de ese mismo año?

a) Sábado b) Viernes
c) Domingo d) Lunes
e) Martes

13. Un reloj de manecillas da tantas campanadas como la hora marca en ese instante y además da 1 campanada al primer cuarto de hora, 2 campanadas el segundo cuarto de hora y 3 campanadas para indicar el tercer cuarto de hora.
¿Cuántas campanadas dará en 1 día completo?

a) 280 b) 300 c) 228
d) 310 e) 296

14. Son más de las 8:00 a.m., pero aún no son las 9:00 a.m. Dentro de 25 minutos el tiempo que faltará para las 10:00 a.m. será $\frac{5}{3}$ del tiempo que ha transcurrido desde las 8:00 a.m. hasta hace 15 minutos.
¿Qué hora es?

a) 8 : 25 a.m. b) 8 : 30 a.m.
c) 8 : 35 a.m. d) 8 : 40 a.m.
e) 8 : 45 a.m.

15. Un reloj demora m^2-1 segundos en tocar m^2 campanadas.
¿Cuántas campanadas tocará en (m – 1) segundos?

a) 1 b) m c) 3m
d) 4 e) 2m

16. Si el 5 de Mayo de 1970 fue Lunes.
¿Qué día fue el 5 de Agosto de 1999?

a) Martes b) Jueves
c) Lunes d) Miércoles
e) Domingo

17. Si el 19 de Agosto de 1968 fue Domingo.
¿Qué día fue el 19 de Agosto de 1989?

a) Lunes b) Martes
c) Viernes d) Domingo
e) Jueves

18. Se sabe que el campanario de un reloj toca 2 campanadas cada vez que transcurre $\frac{1}{4}$ de hora, pero cuando sucede una hora en punto la indica con un número de campanadas igual al cuadrado de la hora que señala.
¿Cuántas campanadas tocará desde las 12:00 de la noche hasta el medio día de hoy?

a) 600 b) 720 c) 872
d) 722 e) 572

19. El 28 de Julio de 1950 fue Miércoles.
¿Qué día fue el 28 de Julio de 1986?

a) Jueves b) Viernes
c) Miércoles e) Sábado
e) Domingo

20. Si el 12 de Octubre de 1964 fue Sábado, entonces el 25 de Diciembre de 1992 fue :

a) Sábado b) Domingo
c) Miércoles d) Martes
e) Viernes

21. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 09 : 26 h?
(Dar como respuesta el ángulo menor)

a) 127º b) 125º c) 120º
d) 117º e) 140º

22. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 04 : 38 h?

a) 250º b) 88º c) 88,5º
d) 271º e) 90º

23. ¿A qué hora entre las 4 y las 5, las agujas de un reloj forman un ángulo cuya medida es de 60º por primera vez?

a) 04h 10min b) 04h $13\frac{10}{11}$ min
c) 04h $10\frac{10}{11}$ min d) 04h 05min
e) 04h $12\frac{9}{11}$ min

24. ¿A qué hora entre las 2 y las 3, las agujas de un reloj forman un ángulo cuya medida es de 130º por segunda vez?

a) 02h $52\frac{8}{11}$ min b) 02h 50min
c) 02h $49\frac{3}{11}$ min d) 02h 51min
e) 02h $47\frac{3}{10}$ min

25. ¿Qué hora es en el gráfico mostrado?

a) 06h $11\frac{5}{7}$ min b) 06h 11min
c) 06h 10min d) 06h $12\frac{6}{7}$ min
e) 06h 13min

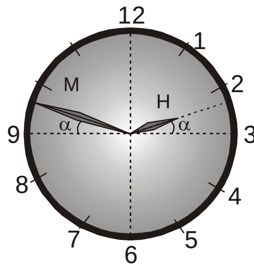
26. ¿Qué hora marca el reloj de la figura?

a) 05h 43min b) 05h $46\frac{2}{13}$ min
c) 05h $45\frac{3}{8}$ min d) 05h $42\frac{2}{11}$ min
e) 05h 47min

27. ¿A qué hora inmediatamente después de las 2, el horario adelanta a la marca de las 12 tanto como el minutero adelanta al horario?

a) 02 : 24 h b) 02 : 32 h
c) 02 : 25 h d) 02 : 28 h
e) 02 : 30 h

28. ¿Qué hora marca el reloj de la figura?



a) $2h48\frac{1}{11}min$ b) $2h49\frac{2}{13}min$

c) $2h49\frac{1}{11}min$ d) $2h48\frac{3}{11}min$

e) $2h46\frac{2}{13}min$

29. ¿A qué hora entre las 3 y las 4 de la mañana las agujas de un reloj se oponen?

a) $3h49\frac{1}{11}min$ b) $3h47\frac{2}{11}min$

c) $3h49\frac{3}{11}min$ d) $3h48\frac{1}{13}min$

e) $3h49\frac{2}{13}min$

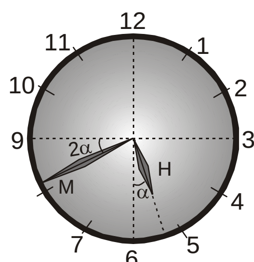
30. ¿A qué hora entre las 3 y las 4, las agujas de un reloj están superpuestas?

a) $3h12\frac{6}{11}min$ b) $3h15\frac{2}{11}min$

c) $3h16\frac{5}{11}min$ d) $3h16\frac{4}{11}min$

e) $3h16\frac{2}{11}min$

31. ¿Qué hora es en el gráfico mostrado?



a) $5h41\frac{4}{11}min$ b) 5h 42min

c) $5h42\frac{4}{11}min$ d) 5h 43min

e) $5h43\frac{5}{11}min$

32. ¿A qué hora entre las 4 y las 5, las agujas de un reloj forman 90º por primera vez?

a) $4h6\frac{5}{11}min$ b) $4h5\frac{7}{11}min$

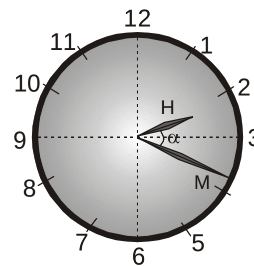
c) $4h6\frac{3}{11}min$ d) $4h5\frac{3}{11}min$

e) $4h5\frac{5}{11}min$

33. ¿Cuál es el menor ángulo que forman las agujas del reloj a las 6:30 h?

a) 0º b) 15º c) 10º
d) 20º e) 18º

34. Según el gráfico, ¿qué hora es?



Siendo : $\alpha = 40º$

a) $2:18\frac{3}{11}min$ b) $2:17\frac{3}{11}min$

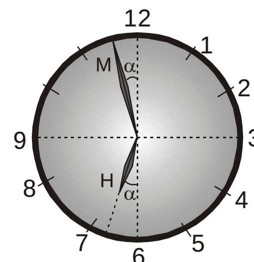
c) 2 : 18 min d) $2:18\frac{2}{11}min$

e) $2:19\frac{3}{11}min$

35. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 18:16 h?

a) 90º b) 93º c) 87º
d) 95º e) 92º

36. ¿Qué hora marca el reloj de la figura?



a) 6h $55\frac{5}{11}$ min b) 6h $55\frac{5}{13}$ min

d) 6h $54\frac{2}{11}$ min d) 6h $54\frac{3}{11}$ min

e) 6h $55\frac{7}{13}$ min

37. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 02:32h?

a) 114º b) 124º c) 108º
d) 144º e) 116º

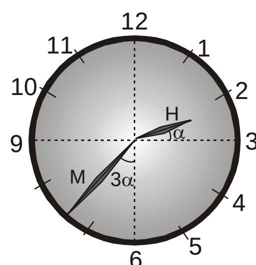
38. ¿A qué hora inmediatamente después de las 06:00 h, el minutero aventaja al horario 12 divisiones?

a) $6h45\frac{3}{11}$ min b) $6h45\frac{9}{11}$ min

c) $6h48\frac{2}{11}$ min d) $6h45\frac{5}{11}$ min

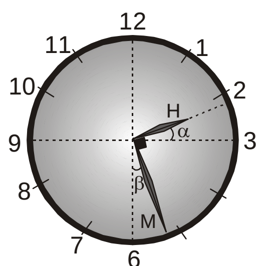
e) $6h44\frac{3}{11}$ min

39. ¿Qué hora es en el siguiente gráfico?



a) 2:36 min b) 2:37 min
c) 2:36.5 min d) 2:38 min
e) 2:35.5 min

40. ¿Qué hora indica el reloj mostrado en la figura?



a) $2:27\frac{3}{11}$ min b) $2:23\frac{7}{11}$ min

c) $2:27\frac{2}{11}$ min d) $2:21\frac{2}{7}$ min

e) $2:22\frac{3}{11}$ min

41. ¿A qué hora inmediatamente después de las 3 de la mañana, el minutero adelanta al horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 12?

a) 03:36 h b) 03:24 h
c) 03:48 h d) 03:32 h
e) 03:30 h

42.¿A qué hora entre las 2 y las 3, las agujas de un reloj forman un ángulo de 120º por segunda vez?

a) $2h53\frac{6}{11}$ min b) $2h55\frac{6}{11}$ min

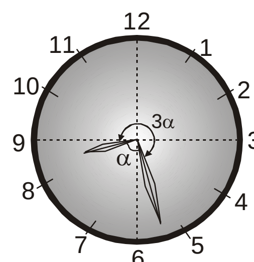
c) $2h54\frac{6}{11}$ min d) $2h54\frac{3}{11}$ min

e) $2h54\frac{7}{11}$ min

43. ¿Qué hora es .... si hace 5 horas el tiempo que había transcurrido del día fue dos veces menos que el tiempo que restaría para acabar el día dentro de 7 horas?

a) 8 a.m. b) 8 p.m. c) 10 a.m.
d) 12 m. e) 2 p.m.

44. Según el gráfico, ¿qué hora es?



a) $08:25\frac{3}{11}$ h b) $08:27\frac{2}{11}$ h

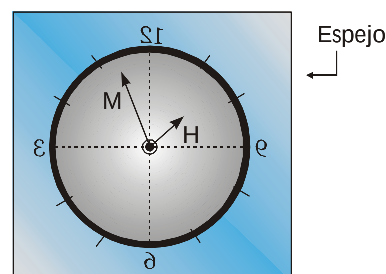
c) 08 : 27 h d) $08:27\frac{3}{11}$ h

e) 08 : 26 h

45. Un reloj en lugar de tener 12 divisiones tiene 9 y da la vuelta una vez alrededor de su eje.
¿Qué hora marcará dicho reloj a las 4 de la tarde?

a) 6 b) 4 c) 3
d) 7 e) 9

46.La figura muestra el reflejo de un reloj en un espejo.



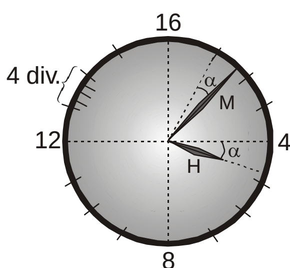
Indique la hora que es, si el menor ángulo que se forma es 80º.

a) $11:9\frac{1}{11}$ h b) $10:5\frac{2}{11}$ h
c) $10:3\frac{7}{11}$ h d) $10:3\frac{6}{11}$ h
e) $10:3\frac{5}{11}$ h

47. En un año común celebré mi cumpleaños el 26 de Setiembre, queremos saber qué día fue y para ello sólo sabemos que este año hay más días Lunes que otros. ¿Qué día será la víspera de mi cumpleaños?

a) Lunes b) Martes
c) Miércoles d) Domingo
e) Sábado

48. ¿Qué hora es según el gráfico?



a) 4 : 05 h b) $4:04\frac{3}{15}$ h
c) 4 :06 h d) $4:04\frac{1}{15}$ h
e) $4:04\frac{4}{15}$ h

49. Un nuevo reloj tiene 16 divisiones horarias y el horario gira una sola vez en torno a su eje en un día, además por cada división horaria que avanza el horario, el minutero da una vuelta completa.
¿Qué ángulo formarán las manecillas de dicho reloj, si en un reloj normal son las 6:00 p.m.?

a) 80º b) 120º c) 60º
d) 100º e) 90º

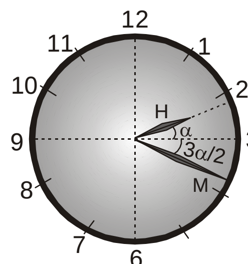
50. Un reloj indica la hora con tantas campanadas como el número de horas transcurridas hasta ese instante. Sabemos que para tocar tantas campanadas como el triple del tiempo que demoró entre campanada y campanada tardó 70 segundos.
¿Cuántas campanadas dará en 40 segundos?

a) 8 b) 9 c) 5
d) 7 e) 6

51. Si el 25 de Agosto de 1948 fue Viernes.
¿Qué día fue el 14 de Febrero de ese mismo año?

a) Lunes b) Domingo
c) Martes d) Jueves
e) Miércoles

52. ¿Qué hora es en la figura mostrada?



a) 2h 20min b) $2h20\frac{2}{11}$ min
c) $2h21\frac{4}{11}$ min d) $2h21\frac{1}{11}$ min
e) $2h20\frac{3}{11}$ min

53. ¿A qué hora entre las 7 y las 8 de la noche las agujas de un reloj forman un ángulo de 100º por segunda vez?

a) $7h56\frac{2}{11}$ min b) $7h58\frac{3}{11}$ min
c) $7h57\frac{3}{13}$ min d) $7h56\frac{4}{11}$ min
e) $7h56\frac{5}{11}$ min

54. ¿A qué hora inmediatamente después de las 16:00 h el horario adelanta al minutero tanto como el minutero adelanta a la marca de los 12?

a) $4h10\frac{7}{23}$ min b) $4h10\frac{10}{23}$ min
c) $4h12\frac{3}{11}$ min d) $4h11\frac{10}{11}$ min
e) $4h12\frac{5}{23}$ min

55. Un reloj de pared señala la hora con igual número de campanadas a la hora respectiva, si emplea 6 segundos en indicar las 16 horas.
Calcule la medida del ángulo menor que forman el segundero con el minutero al terminar de indicar las 18 horas.

a) 60º b) 59º c) 54º
d) 29º e) 11º

56. ¿Qué hora será dentro de $5\frac{1}{4}$ horas si se sabe que en estos momentos el tiempo transcurrido es excedido en 5 horas por lo que falta transcurrir del día?

a) 3 : 45 p.m. b) 3 : 25 p.m.
c) 3 : 20 p.m. d) 2 : 20 p.m.
e) 2 : 45 p.m.

57. En una mañana de sol un árbol de $10\sqrt{3}m$ altura, arroja una sombra de 10m de longitud.
¿Qué hora es?

a) 10:20 h b) 10:00 h c) 09:50 h
d) 09:48 h e) 10:10 h

58. Los relojes de "A", "B" y "C" se sincronizaron a las 12:00 horas. Si el reloj de "A" se atrasa 3 minutos por hora, el de "B" se adelanta 3 minutos por hora y el de "C" marcha correctamente.
¿Dentro de cuánto tiempo los horarios de los 3 relojes equidistarán entre sí?

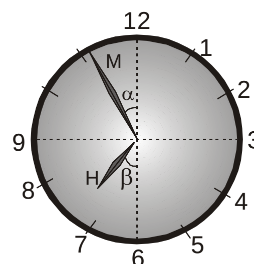
a) 48 horas b) 60 horas c) 72 horas
d) 80 horas e) 96 horas

59. Cuando sean dos horas más tarde de lo que es, faltarán para las 2:00 p.m. el doble del número de minutos transcurridos desde las 10:00 a.m.
¿Qué hora será dentro de veinte minutos?

a) 11:00 a.m. b) 12:00 a.m.
c) 1:00 p.m. d) 2:00 p.m.
e) 10:40 a.m.

60. ¿Qué hora es según el gráfico?

Si : $\alpha^o + \beta^o = \frac{153^o}{2}$



a) 7:56 min b) 7:53 min
c) 7:57 min d) 7:54 min
e) 7:59 min

Claves

01.	c
02.	a
03.	e
04.	e
05.	c
06.	a
07.	d
08.	c
09.	b
10.	c
11.	b
12.	c
13.	b
14.	e
15.	b
16.	d
17.	c
18.	d
19.	e
20.	c
21.	a
22.	d
23.	c
24.	a
25.	d
26.	b
27.	a
28.	e
29.	a
30.	d

31.	b
32.	e
33.	b
34.	d
35.	e
36.	b
37.	e
38.	b
39.	a
40.	a
41.	a
42.	c
43.	a
44.	d
45.	c
46.	c
47.	b
48.	e
49.	e
50.	b
51.	a
52.	a
53.	d
54.	b
55.	a
56.	e
57.	b
58.	d
59.	a
60.	c

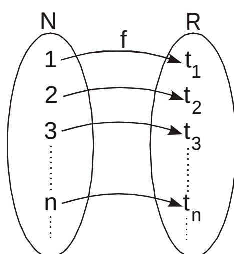
Capítulo

9 SUCESIONES

Una sucesión es un conjunto ordenado de elementos (pueden ser números, letras, figuras o una combinación de los casos anteriores), de modo que cada uno ocupe un lugar establecido, tal que se pueda distinguir el primero, el segundo, el tercero y así sucesivamente; acorde a una ley de formación o fórmula de recurrencia.

SUCESIONES NUMÉRICAS

Una sucesión de números reales es una función $f : N \rightarrow R$ definida en el conjunto N = {1 , 2 , 3 , ...} de números naturales y que va tomando valores en el conjunto R de los números reales. Un valor $f_{(n)}$, $\forall n \in N$ será representado por t_n llamado término enésimo o término general de la sucesión.



Deducimos que hay una correspondencia de "uno a uno" entre los números naturales a partir de 1 y los términos de la sucesión. Indicamos que una sucesión se puede considerar como el rango de una función cuyo dominio es el conjunto N.

Ejemplo :

La sucesión para la cual $t_n = 5n + 1$ tiene como términos : 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ....

para n : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; .... (números ordinales)

Se tiene : t_n : 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; .... (términos de la sucesión)

En los siguientes ejercicios encontrar el número que sigue :

1) 2 ; 3 ; 7 ; 15 ; 28 ; ....

2) 7 ; 9 ; 12 ; 17 ; 25 ; ....

3) 0 ; 5 ; 18 ; 47 ; 100 ; ....

4) 2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 8 ; ....

5) 1 ; 2 ; 4 ; 4 ; 7 ; 8 ; 10 ; 16 ; ....

SUCESIONES LITERALES :

Se toma como base 27 letras del alfabeto; no se consideran las letras dígrafas "CH" y "LL".

En los siguientes ejercicios hallar la letra que sigue :

1) A ; C ; F ; J ; ....

2) A ; D ; I ; O ; ....

3) C ; F ; H ; K ; M ; ....

4) B ; C ; E ; G ; K ; ....

5) Hallar el par de letras que sigue :
CE ; GI ; KL ; ÑN ; ....

SUCESIONES ALFANUMÉRICAS

Hallar el término que sigue en cada caso :

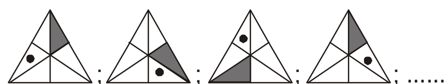
1) 1B ; 1B ; 2C ; 3D ; 5F ; 8I ; ....

2) 17L25 ; 25Ñ16 ; 33Q9 ; ....

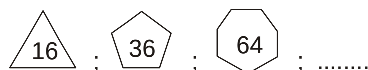
SUCESIONES GRÁFICAS

¿Qué figura sigue en cada caso?

1)



2)



3)



ANALOGÍAS Y DISTRIBUCIONES

En cada uno de los ejercicios mostrados, encontrar el número que falta :

1)

4	(7)	3
3	(8)	1
6	(...)	4

2)

2	(9)	5
7	(50)	1
5	(...)	25

3)

9	(15)	5
4	(20)	10
6	(...)	$\sqrt{6}$

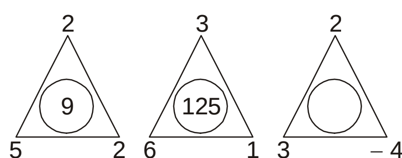
4)

3	2	9
8	3	27
5	4	....

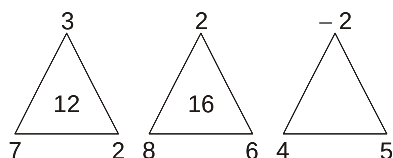
5)

8	6	12
7	5	....
2	3	3

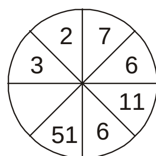
6)



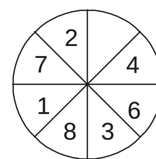
7)



8)



9)



CÁLCULO DEL TÉRMINO ENÉSIMO

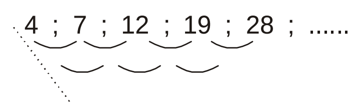
A. SUCESIÓN DE PRIMER ORDEN :

1. Encontrar el término que ocupa la posición 20.
5 ; 8 ; 1 1 ; 14 ; ....

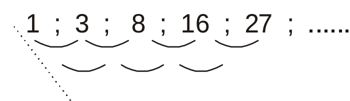
2. Encontrar el término que ocupa la posición 100
2 ; 9 ; 16 ; 23 ; ....

B. SUCESIÓN DE SEGUNDO ORDEN :

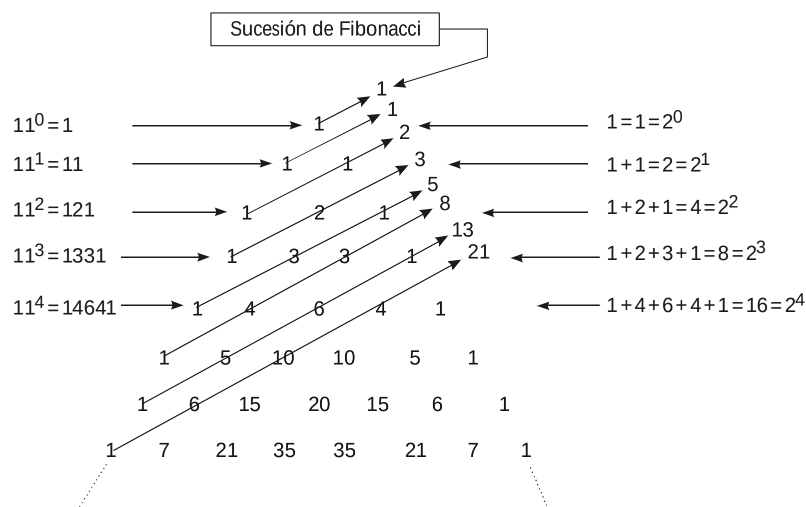
3. Encontrar el término que ocupa el lugar 20.



4. Encontrar el término que ocupa el lugar 50.



TRIÁNGULO DE PASCAL



NÚMEROS TRIANGULARES

Fig (1) Fig. (2) Fig. (3) Fig. (4)

Número de puntos :

$$1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 6 \quad ; \quad 10 \quad ; \quad ......$$

$$1 \quad ; \quad 1+2 \quad ; \quad 1+2+3 \quad ; \quad 1+2+3+4 \quad ; \quad ......$$

$$\frac{1\times 2}{2} \quad ; \quad \frac{2\times 3}{2} \quad ; \quad \frac{3\times 4}{2} \quad ; \quad \frac{4\times 5}{2} \quad ; \quad ......$$

CURIOSIDAD ACERCA DE LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

Piensa en dos números cualesquiera y construye, empezando con esos números, una sucesión como la de Fibonacci, es decir en la que cada término sea la suma de los dos anteriores.

La suma de los diez primeros términos de tu sucesión será once veces el séptimo término.

Esto sucede en la sucesión de Fibonacci y en cualquier otra que se construya de la misma manera.

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. ¿Qué número sigue?

4 ; 5 ; 7 ; 10 ; 16 ; 24 ; 40 ; 59 ; ......

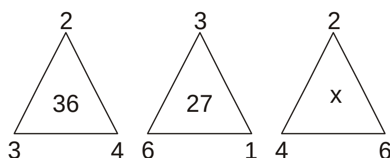
a) 95 b) 96 c) 97
d) 98 e) 99

02. Hallar el par de letras que siguen :

C ; D ; E ; I ; G ; M ; I ; O ; ......

a) KR b) LR c) KQ
d) KR e) MQ

03. Hallar "x" en :



a) 121 b) 64 c) 72
d) 144 e) 169

04. Hallar el término que sigue en la siguiente sucesión :

$3x^2$; $5x^6$; $8x^{12}$; $12x^{20}$; ....

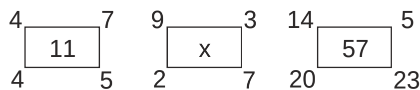
a) $18x^{32}$ b) $15x^{30}$ c) $16x^{24}$
d) $17x^{28}$ e) $17x^{30}$

05. Calcular el t_{24}

4 ; 9 ; 17 ; 28 ; 42 ; ....

a) 878 b) 787 c) 868
d) 856 e) 798

06. Hallar "x" en :



a) 54 b) 64 c) 72
d) 60 e) 57

07. Sabiendo que :
AB es a AD y que EI es XQ, entonces CE es a :

a) JK b) IJ c) IK
d) HL e) HK

08. Hallar "x" en :

4 (18) 3
16 (16) 2
289 (x) 5

a) 375 b) 430 c) 425
d) 515 e) 455

09. ¿Qué número continua?

17 ; 19 ; 15 ; 14 ; 17 ; 23 ; – 1 ; – 22 ; ....

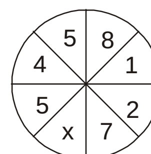
a) - 78 b) 105 c) – 83
d) 83 e) – 95

10. ¿Qué número sigue?

2 ; 3 ; 9 ; 87 ; .....

a) 8754 b) 8745 c) 7653
d) 8775 e) 7247

11. Hallar "x" en :



a) 4 b) 3 c) 8
d) 2 e) 5

12. ¿Qué letra sigue?

A ; B ; D ; H ; ......

a) P b) R c) Ñ
d) O e) Q

13. Hallar la suma de los 3 términos siguientes:

5 ; 7 ; 10 ; 15 ; 22 ; ......

a) 140 b) 142 c) 137
d) 139 e) 143

14. ¿Qué término ocupa el lugar 100?

1 ; 4 ; 10 ; 19 ; 31 ; ......

a) 15681 b) 15302
c) 14524 d) 14981
e) 14851

15. Hallar en la siguiente sucesión el primer término mayor que 100.

0 ; 4 ; 9 ; 17 ; 31 ; 55 ; ....

a) 152 b) 118 c) 154
d) 112 e) 123

16. ¿Qué número sigue?

4 ; 2 ; 2 ; 4 ; ......

a) 1 b) 4 c) 2
d) 16 e) 0

17. Señale el grupo alfanumérico que sigue :
13ZD25 ; 16WH36 ; 19TL49 ; ......

a) 22 RT64 b) 22QO64
c) 22QR64 d) 22RS64
e) 22RO64

18. Hallar en cada caso el número que falta :

45	(50)	55
15	(30)	45
12	( )	40

a) 26 b) 27 c) 29
d) 24 e) 22

19. ¿Qué número falta?

16	(20)	24
26	(33)	40
18	( )	12

a) 12 b) 14 c) 18
d) 17 e) 15

20. Señale el grupo de letras que sigue :
BMD ; CÑG ; DPJ ; ......

a) ETS b) EQP c) EQN
d) ERM e) ETN

21. ¿Qué número falta?

2	(12)	2
3	(10)	1
5	( )	3

a) 50 b) 52 c) 48
d) 36 e) 56

22. Federico reparte a sus nietos caramelos del modo siguiente : a Paula 2; Andrea 7, Sebastián 12, André 17, Anita 22, así sucesivamente. ¿Cuántos caramelos recibirá el nieto número 24?

a) 123 b) 120 c) 117
d) 119 e) 121

23. ¿Qué palabra debe escribirse en el espacio punteado?

31	(CAFE)	65
49	(........)	71

a) LECHE b) DIGA c) DIME
d) DIHA e) BEJE

24. Señale el grupo de letras que sigue :
CTT ; FUV ; IVX ; ......

a) KWZ b) KVZ c) LWZ
d) LVW e) LVZ

25. Señale el grupo alfanumérico que sigue :
5ZA18 ; 17WC25 ; 29TE32 ; ......

a) 41QH39 b) 41RG37
c) 39QG38 d) 41QH40
e) 41QG39

26. Calcular el número que continúa en la siguiente sucesión :
1 ; 6 ; 30 ; 168 ; ......

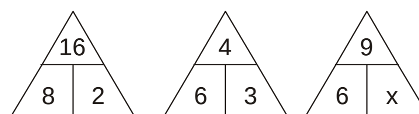
a) 460 b) 630 c) 810
d) 990 e) 1325

27. ¿Qué valor toma "x" en la siguiente analogía numérica?

4	(20)	4
2	(10)	6
3	(x)	4

a) 16 b) 13 c) 19
d) 12 e) 18

28. ¿Cuál es el valor de x?



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

29. Calcular el valor de x + y en la siguiente sucesión :
5 ; 7 ; 11 ; 12 ; 23 ; 17 ; x ; y

a) 65 b) 68 c(70
d) 72 e) 69

30. Calcular la letra que continua en la siguiente secuencia:
A ; A ; B ; C ; E ; H ; ......

a) K b) M c) O
d) P e) X

31. Calcular la suma de cifras del término que continua en la siguiente sucesión :
1 ; 3 ; 13 ; 183 ; ......

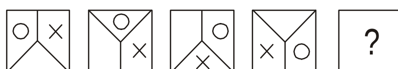
a) 28 b) 11 c) 13
d) 22 e) 18

32. ¿Qué término continua?

$\frac{A}{B}$; $\frac{C}{B}$; $\frac{D}{E}$; $\frac{G}{H}$; ......

a) $\frac{P}{I}$ b) $\frac{O}{K}$ c) $\frac{P}{M}$
d) $\frac{R}{K}$ e) $\frac{O}{I}$

33. Indique la alternativa que sigue en la serie mostrada:



a) b) c)

d) e)

34. Hallar el valor de x :

8	5	16
2	10	9
4	13	24
6	11	x

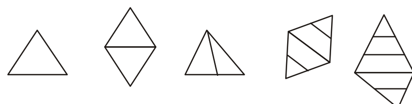
a) 32 b) 29 c) 31
d) 26 e) 30

35. Indique la alternativa que debe ocupar el casillero TRILCE :

3	0	0	0	0	5	27	TRILCE

a) 88 b) 80 c) 87
d) 92 e) 90

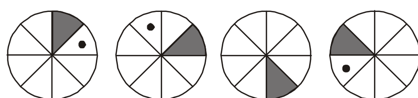
36. ¿Qué figura continua?



a) b) c)

d) e)

37. Señale la alternativa que continua la siguiente sucesión gráfica :

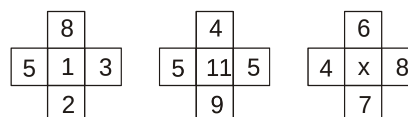


a) b)

c) d)

e)

38. Hallar : x



a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 8

39. Hallar el número que continua en la sucesión :

- 1 ; 0 ; 0 ; 2 ; 9

a) 16 b) 21 c) 22
d) 25 e) 24

40. Hallar el par de letras que sigue :

EA ; ID ; LG ; NJ ; ....

a) ÑP b) MR c) NM
d) ÑM e) OM

41. En la siguiente sucesión, hallar la semisuma de los 2 primeros números que sean, mayores a 100.

10 ; 5 ; 5 ; 12 ; 28 ; ......

a) 75 b) 186 c) 222
d) 150 e) 200

42. Hallar la suma de las cifras del número que sigue :

3 ; 9 ; 75 ; ......

a) 15 b) 16 c) 17
d) 12 e) 9

43. Dada la siguiente sucesión :

$R_{(1)} = 1 \times 2 + 3$
$R_{(2)} = 2 + 4 + 1$
$R_{(3)} = 3 \times 4 + 3$
$R_{(4)} = 4 + 16 + 1$
$R_{(5)} = 5 \times 6 + 3$
$R_{(6)} = 6 + 36 + 1$

Hallar el valor de : $R_{(12)} + R_{(15)}$

a) 421 b) 400 c) 398
d) 425 e) 440

44. Dadas las sucesiones :

$S_n : 3 ; 3 ; \frac{11}{3} ; \frac{9}{2} ; \frac{27}{5} ; ....$

$R_n : \frac{3}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{4} ; \frac{6}{5} ; ....$

Hallar la diferencia de los términos n - ésimos de S_n y R_n

a) $\frac{n^3+2}{n+1}$ b) $\frac{n^3}{n(n+1)}$ c) $\frac{n^3+1}{n+2}$

d) $\frac{n^3-2}{n(n+1)}$ e) $\frac{n^3+2}{n(n+1)}$

45. Hallar el par de letras que siguen en la siguiente sucesión :

B ; E ; I ; L ; O ; ......

a) Q y R b) P y Q c) R y V
d) Q y U e) T y U

46. Hallar el término que continúan en la sucesión :

$$\frac{6}{a^2} ; \frac{3}{a} ; \frac{3}{2} ; \frac{3a}{4}$$

a) $\frac{3}{8}a$ b) $\frac{3}{8}a^2$ c) $\frac{3}{2}a^3$

d) $\frac{3}{16}a^2$ e) $\frac{3}{16}a^2$

47. BD es a DO como AA es a :

a) BB b) CI c) AB
d) HX e) EZ

48. En la siguiente sucesión :

3 ; 3 ; 6 ; 18 ; 72 ; 216 ; 2160

¿Cuál de los términos debe ser reemplazado para que se forme una sucesión?

a) 6 b) 18 c) 72
d) 216 e) 2160

49. En la siguiente sucesión, hallar el segundo término negativo :

30 : 32 ; 27 : 16 ; 0 ; ......

a) - 20 b) - 16 c) - 43
d) - 68 e) - 7

50. El paquete de la figura 1 está atado por una cuerda de 70 cm y en el nudo siempre se usan 10 cm. de la misma cuerda.
¿Cuál es la longitud de la cuerda que se usa para atar el paquete de la figura 100?
(Todos los paquetes son cúbicos e iguales)

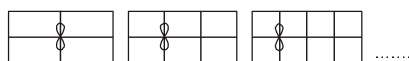


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) 3040 cm b) 3520 cm
c) 3546 cm d) 3540 cm
e) 3424 cm

51. Giovanna se propone leer una novela de la siguiente manera : el primer día 3 páginas, el segundo día 8 páginas, el tercer día 15, el cuarto 24 y así sucesivamente hasta que cierto día se da cuenta que el número de páginas leídas ese día es 14 veces el número de días que ha estado leyendo.
Hallar el número de páginas leídas en dicho día.

a) 168 b) 136 c) 178
d) 172 e) 164

52. Durante varias tardes de un mes otoñal solía sentarme a la sombra de un árbol. La primera tarde del árbol cayeron 9 hojas de las que recogí 1; la segunda tarde cayeron 17 de las que recogí 3; la tercera tarde cayeron 25 de las que recogí 7; la cuarta tarde cayeron 33 de las que recogí 13 y así sucesivamente, hasta que una tarde recogí todas las que cayeron esa tarde.
¿Cuántas hojas cayeron esa tarde?

a) 65 b) 82 c) 78
d) 93 e) 73

53. ¿Cuántos términos de la siguiente sucesión terminan en cifra 5?

13 ; 22 ; 31 ; 40 ; ...... ; 904

a) 8 b) 10 c) 9
d) 11 e) 12

54. Se tiene un sucesión lineal creciente de n términos donde los términos de lugares $\frac{(n-3)}{2}$ y $\frac{(n+13)}{3}$ equidistan de los extremos y además la diferencia de dichos términos es 16. Si el término central es 16.
Hallar el valor de la razón.

a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

55. El primero, el segundo y el séptimo términos de una progresión aritmética forman una progresión geométrica. Si la suma de dichos términos es 93.
Halle su producto.

a) 3075 b) 3145 c) 3025
d) 3125 e) 3375

56. Sean las sucesiones :
19 ; 23 ; 27 ; 31 ; ....
11 ; 14 ; 17 ; 20 ; ....
¿Cuál es el quinto término común a ambas sucesiones que terminan en 5?

a) 525 b) 335 c) 215
d) 515 e) 275

57. En la siguiente figura se muestran los números naturales distribuidos en pasajes en forma de "ele".
¿Cuál es la suma de los números que están en los extremos del pasaje 25?

16	9	4	1	
17	10	5	2	3
18	11	6	7	8
19	12	13	14	15
20	21	22	23	24

a) 1350 b) 1250 c) 1450
d) 1300 e) 1200

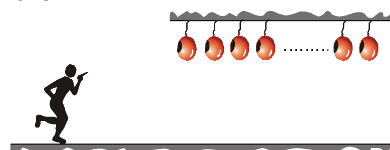
58. Se ubican los siguientes números pares formando cuadrados concéntricos del siguiente modo:

•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	42	44	46	48	50	•	•
•	•	40	14	16	18	20	•	•
•	•	38	12	2	4	22	•	•
•	•	36	10	8	6	24	•	•
•	•	34	32	30	28	26	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•

Determine el número que cierra el décimo octavo cuadrado.

a) 2528 b) 2048 c) 2390
d) 2738 e) 2450

59. En una ginkana realizada por la academia "TRILCE" (por su aniversario) el alumno Armandito participa en un concurso, en el cual tiene que reventar una cierta cantidad de globos enumerados. El primero tiene la numeración 0, el segundo 1, el tercero 4, el cuarto 9 y así sucesivamente. Para reventar el primer globo hay que avanzar 1 metro y del primer globo al segundo hay 3 metros de distancia, del segundo al tercero hay 5 metros, del tercero al cuarto 7 metros y así sucesivamente.
¿Cuántos metros habrá avanzado Armandito del penúltimo al último globo?, si al sumar esa distancia con el número del globo que le tocaría reventar se obtiene 625?



a) 49 b) 64 c) 36
d) 100 e) 81

60. Si durante 20 años, debido a una situación crítica en la cual los hechos han ido golpeando la mente de las personas, un hombre consciente concientiza a 5 hombres por año y cada uno de estos concientiza a un individuo en ese mismo año.
¿Cuál es el número de hombres capaces de transformar su realidad tomando conciencia de los hechos al cabo de 20 años?

a) $2^{21}+2^{19}-2$ b) $2^{18}+2^{17}-1$
c) $2^{22}+2^{20}-4$ d) 11^{20}
e) $2^{20}+2^{19}-1$

Claves

01.	c
02.	c
03.	d
04.	e
05.	a
06.	d
07.	b
08.	c
09.	d
10.	c
11.	a
12.	d
13.	b
14.	e
15.	c
16.	d
17.	b
18.	a
19.	e
20.	d
21.	b
22.	c
23.	b
24.	c
25.	e
26.	d
27.	b
28.	b
29.	e
30.	b

31.	d
32.	b
33.	d
34.	e
35.	c
36.	e
37.	c
38.	b
39.	e
40.	d
41.	b
42.	d
43.	b
44.	e
45.	c
46.	b
47.	b
48.	d
49.	c
50.	a
51.	c
52.	e
53.	b
54.	b
55.	e
56.	e
57.	d
58.	b
59.	a
60.	d

Capítulo

10 SERIES Y SUMATORIAS

DEFINICIÓN :

Una ***serie*** es la adición indicada de los términos de una sucesión numérica y al resultado de dicha adición se le llama suma o valor de la serie.

De acuerdo con esto, si la sucesión numérica es :

$$a_1 \; ; \; a_2 \; ; \; a_3 \; ; \; ...... \; ; \; a_n$$

Entonces la serie numérica asociada a ella será :

$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$

SERIE ARITMÉTICA

La serie aritmética es la adición indicada de los términos de una sucesión aritmética de razón constante (Esta clase de sucesiones son llamadas progresiones aritméticas (P. A.)).

$$\underbrace{a_1 + a_2}_{r} + \underbrace{\;\; + a_3}_{r} + ... + a_n$$

r → Razón Aritmética Constante

EJEMPLO

... El profesor de RM le pidió al niño TRILCITO que sumará las notas obtenidas por sus 20 compañeros en el último simulacro. Las notas son :

16 ;19 ; 22 ; 25 ; ...... ; 73

El profesor se quedó admirado de TRILCITO porque lo resolvió por 4 métodos diferentes.

Observa cómo lo hizo y cuáles son los métodos que utilizó :

1º método

$$S = 16 + 19 + 22 + ... + 67 + 70 + 73$$

22 + 67 = 89

19 + 70 = 89

16 + 73 = 89

La suma de los términos equidistantes siempre es la misma



Como son 20 términos, se forman 10 parejas, luego :

$$\therefore\ S = 10(89) = 890$$

2º método : invierto el orden de los sumandos

Serie original : $S = 16 + 19 + 22 + ... + 67 + 70 + 73$

Serie escrita "al revés" : $S = 73 + 70 + 67 + ... + 22 + 19 + 16$ (+)

$2S = \underbrace{89 + 89 + 89 + ... + 89 + 89 + 89}_{20 \text{ términos}}$

$2S = 20\ (16 + 73)$

1º sumando: 16 — Último sumando: 73

$$\therefore\ S = \frac{(16 + 73)}{2} \times 20$$

20: Cantidad de sumandos

De esta última expresión podemos deducir que el valor de la serie se obtiene mediante la fórmula :

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) \cdot n$$

Donde :
t_1 : 1er sumando
t_2 : Último sumando
n : cantidad de sumandos

3º método

Halló la ley de formación de los términos y los ordenó así :

En esta 1º columna estamos sumando 20 términos; conocemos esta cantidad gracias a la sucesión que aparece en la 2º columna

Nótese en esta 2º columna la sucesión : 1 , 2 , 3 , ... , 20

$$\begin{aligned} 16 &= 3(1) + 13 \\ 19 &= 3(2) + 13 \\ 22 &= 3(3) + 13 \\ &\ \vdots \\ 73 &= 3(20) + 13 \end{aligned}$$

$$\underbrace{16 + 19 + 22 + ... + 73}_{S} = 3(1 + 2 + 3 + ... + 20) + 20(13)$$

$$= 3[1 + 2 + 3 + ... + 18 + 19 + 20] + 260$$

(1 + 20 = 21, 2 + 19 = 21, 3 + 18 = 21, ...)

$$S = 3(10 \times 21) + 260$$

$$\therefore\ S = 890$$

4º método :

Utilizó el método combinatorio

$$\begin{array}{l} \quad\;\; 1º \quad\;\; 2º \quad\;\; 3º \quad\;\; 4º \quad\;\; .... \quad 20º \\ S = 16 + 19 + 22 + 25 + ... + 73 \\ \qquad\;\; 3 \qquad 3 \qquad 3 \end{array}$$

$$S = 16C_1^{20} + 3C_2^{20}$$

$$S = 16 \times 20 + 3 \times \left(\frac{20!}{18! \times 2!} \right)$$

$$\therefore S = 890$$

Ejemplo (1)

Calcular la suma de los 120 primeros términos de :

1 ; 2 ; 3 ; - 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; - 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; - 12 ; ...

Resolución :

Ejemplo (2)

Hallar la suma de todos los elementos del siguiente arreglo numérico , si hay 30 filas :

```
        4
      4   4
    4   7   4
  4   7   7   4
4   7   7   7   4
```

Resolución :

Ejemplo (3)

Calcular la suma de todos los números desde la figura 1 hasta la figura 20.

Figura	Izquierda	Derecha	Abajo
(1)	1	3	5
(2)	5	9	7
(3)	9	11	13

....

Resolución :

Ejemplo (4)

¿Cuántas bolitas hay en la figura 20?

(1) (2) (3) .... ***?*** (20)

Resolución :

SERIE GEOMÉTRICAS

El Rey de la India, en reconocimiento al ingenioso invento realizado por Lahur Sessa, decidió recompensarlo generosamente, para lo cual mandó llamarlo a Palacio.

El invento constaba de un tablero cuadriculado con 8 casilleros por lado (es decir; 64 cuadrados en total) que simulaba un campo de batalla y 32 piezas (16 para cada jugador) que representaban los ejércitos en lucha. –Pide lo que quieras– dijo el rey. –Solicito que se me de 1 grano de trigo por el primer casillero, y por cada casillero siguiente el doble de la cantidad anterior, hasta terminar con los 64 casilleros.

El Rey ordenó que se cumpliese su deseo. Al cabo de un tiempo los calculistas del palacio comunicaron al soberano que tal pedido era imposible. Veamos :

Casillero : 1º 2º 3º 4º 64º

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + ... + 2^{63}$$
$$2S = 2 + 4 + 8 + ... + 2^{63} + 2^{64}$$
$$\therefore S = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615 \text{ granos de trigo}$$

Una serie geométrica es la adición indicada de los términos de una progresión geométrica.

* Sea la serie geométrica :

$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$
r r ⟶ Razón Geométrica

* $a_n = a_1(r^{n-1})$

* $S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{(r-1)}$

En el problema de la historia de el Ajedrez, se tiene la serie.

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + ... + 2^{63}$$
×2 ×2 ×2 ⟶ Razón Geométrica

En donde :

$a_1 = 1$
n = 64
r = 2

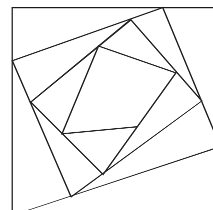
$\rightarrow S = \dfrac{1(2^{64}-1)}{(2-1)}$

$\therefore S = 2^{64} - 1$

La Tierra, convertida de Norte a Sur en un sembrado con una cosecha por año, tardaría 450 siglos en producir semejante cantidad de trigo.

Ejemplo (5)
Calcular : S = 1 + 3 + 6 + 12 + ... + 1536

Ejemplo (6)
Cinzia le dijo a Alessandro : "Te voy ha pagar una suma de dinero por el primer cuadrilátero que encuentres de la siguiente figura, y luego te iré duplicadndo dicha suma por cada nuevo cuadrilátero que encuentres".
Si Cinzia le pagó 12285 soles en total, ¿cuánto le pagó por el cuarto cuadrilátero?



Ejemplo (7)
Calcular :

$$R = 7 + 77 + 777 + ... + \underbrace{77......7}_{40 \text{ cifras}}$$

Resolución :

SERIES NOTABLES

A) Suma de los "n" primeros números naturales consecutivos.

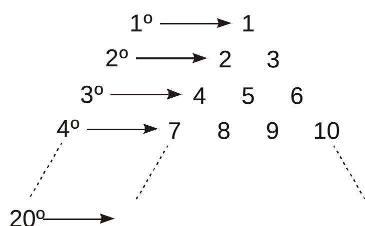
$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo (8)
Calcular :

R = 0,1 + 0,2 + 0,3 + ... + 1,1

Resolución :

Ejemplo (9)
Hallar la suma total de todos los elementos del siguiente arreglo :



Resolución :

Ejemplo (10)
Hallar "x" en la siguiente serie :

2 + 4 + 6 + 8 + ... + x = 930

Resolución :

B) Suma de los "n" primeros números impares consecutivos.

$$1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2$$

Ejemplo (11)
Se sabe que :
A = 1 + 3 + 5 + ... + 19
B = 5 + 7 + 9 + 11 + ... + 21
Hallar : B - A

Resolución :

Ejemplo (12)
Calcular :

$$S = \sqrt[4]{(1+3+5+7+...+199)^{0,01+0,03+0,05+...+0,19}}$$

Resolución :

Ejemplo (13)
Se tiene el siguiente arreglo numérico :



Calcular la suma de todos los términos que hay desde la fila 4 hasta la fila 10.

Resolución :

C) Suma de cuadrados de los "n" primeros números naturales.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo (14)
Calcular :

S = 2 + 3 + 10 + 15 + ... + 99

Resolución :

Ejemplo (15)
Calcular el valor de "a", en la siguiente serie :

$$1 + 4 + 9 + 16 + ... + a = 2870$$

Resolución :

Ejemplo (16)
Hallar el número total de triángulos que hay desde la figura 1 hasta la figura 20.

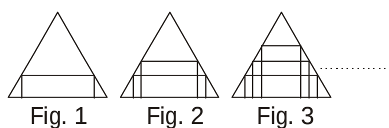


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

Resolución :

D) Suma de los cubos de los "n" primeros números naturales.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

Ejemplo (17)
Hallar la suma total del siguiente arreglo numérico :

$$\begin{array}{l} 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 10^2 \\ \quad\ 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 10^2 \\ \qquad\quad 3^2 + 4^2 + ... + 10^2 \\ \qquad\qquad\ \ 4^2 + ... + 10^2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + 10^2 \end{array}$$

Resolución :

Ejemplo (18)
Si :

$$S_n = \underbrace{15^2 + 14^2 + 13^2 + ...}_{\text{"n" sumandos}}$$

Calcular :

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + ... + S_{15}$$

Resolución :

Ejemplo (19)
Calcular :

$$S = 1{,}001 + 1{,}008 + 1{,}027 + ... + 2$$

Resolución :

E) Suma de los "n" primeros números triangulares consecutivos.

1º →	1	= 1
2º →	3	= 1 + 2
3º →	6	= 1 + 2 + 3
4º →	10	= 1 + 2 + 3 + 4
⋮	⋮	⋮
nº →	$\frac{n(n+1)}{2}$	= 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n

$$1+3+6+10+15+...+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Ejemplo (20)

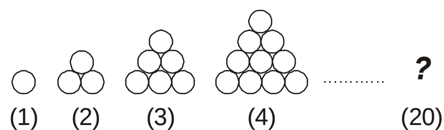
Calcular :

$$N=\underbrace{\frac{1}{1-\frac{2}{3}}+\frac{1}{1-\frac{5}{6}}+\frac{1}{1-\frac{9}{10}}+\frac{1}{1-\frac{14}{15}}+....}_{20\ \text{términos}}$$

Resolución :

Ejemplo (21)

¿Cuántas bolitas habrá hasta la figura 20?



Resolución :

SERIES ESPECIALES

A) Suma de productos compuestos por factores consecutivos :

Ejemplo (1)

$$S=1\times2+2\times3+3\times4+......+39\times40$$

Resolución :

Ejemplo (2)

$$S=1\times2\times3+2\times3\times4+3\times4\times5+......+38\times39\times40$$

Resolución :

Ejemplo (3)

Hallar la suma total en el siguiente esquema si hay 20 filas.

F_1 : 2
F_2 : 2 + 4
F_3 : 2 + 4 + 6
F_4 : 2 + 4 + 6 + 8
⋮
F_{20} : 2 + 4 + 6 + 8 + ⋯ + 40

Resolución :

B) Suma de productos compuestos por factores cuya diferencia es constante.

Ejemplo (1)

$$S = 1\times 3 + 2\times 4 + 3\times 5 + ...+ 30\times 32$$

Resolución :

Ejemplo (2)

Hallar la suma de todos los elementos en el siguiente esquema :

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & & & & & & & 15 \\
 & & & & & & & & & & 14 & + & 15 \\
 & & & & & & 4 & + & ... & + & 14 & + & 15 \\
 & & & & 3 & + & 4 & + & ... & + & & & \\
 & & 2 & + & 3 & + & 4 & + & ... & + & & & \\
1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & ... & + & & & \\
1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & ... & + & & & \\
1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & ... & + & 14 & + & 15 \\
1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & ... & + & 14 & + & 15
\end{array}$$

Resolución :

C) Suma de productos compuestos por factores cuya suma es constante :

Ejemplo (1)

$$S = 1\times 20 + 2\times 19 + 3\times 18 + ...+ 20\times 1$$

Resolución :

Ejemplo (2)

Hallar la suma de todos los elementos en el siguiente esquema :

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+2 \\ 1+2+3 \\ 1+2+3+4 \\ \vdots \\ 1+2+3+4+\ldots+20 \end{array}$$

Resolución :

D) Suma de las inversas de los productos compuestos por factores cuya diferencia es constante.

Ejemplo (1)

$$S=\frac{1}{4\times 7}+\frac{1}{7\times 10}+\frac{1}{10\times 13}+......+\frac{1}{61\times 64}$$

Resolución :

Ejemplo (2)

$$S=\frac{1}{6\times 6}+\frac{1}{12\times 9}+\frac{1}{18\times 12}+......+\frac{1}{60\times 33}$$

Resolución :

E) Serie geométrica ilimitada :

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + ... = \frac{a_1}{1-r}$$

Donde : $0 < |r| < 1$

Ejemplo (1)

$$S = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + ...$$

Resolución :

Ejemplo (2)

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + ...$$

Resolución :

Ejemplo (3)

$$S = \frac{1}{7^1} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \frac{4}{7^4} + ...$$

Resolución :

Ejemplo (4)

$$S = \frac{1}{7} + \frac{4}{7^2} + \frac{9}{7^3} + \frac{16}{7^4} + ...$$

Resolución :

SUMATORIAS

Consideremos la siguiente sucesión:

$$a_n \; ; \; a_{n+1} \; ; \; a_{n+2} \; ; \; a_{n+3} \; ; \; ...... \; ; \; a_m$$

La suma de los términos de la sucesión será :

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + ... + a_m = \sum_{i=n}^{m} a_i$$

La expresión en el lado derecho de la igualdad se denomina "sumatoria" y constituye una forma abreviada de escribir la serie dada.

Donde :

Σ : Notación Sigma. Nos representa la suma de los términos de la forma "a_i" de dicha sucesión.

a_i : Nos representa uno de los términos de la sucesión, dependiendo del valor de "i".

$$\begin{array}{lllll} i = n & \rightarrow & a_i = a_n & & \text{1er. término} \\ i = n+1 & \rightarrow & a_i = a_{n+1} & & \text{2do término} \\ i = n+2 & \rightarrow & a_i = a_{n+2} & & \text{3er. término} \\ \vdots & & & & \vdots \\ i = m & \rightarrow & a_i = a_m & & \text{término general} \end{array}$$

i : Toma valores desde n hasta m

$i = n \rightarrow$ Límite inferior de la sumatoria

$i = m \rightarrow$ Límite superior de la sumatoria

Ejemplo : Representar la siguiente sumatoria :

$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + 30$$

Resolución :

La sucesión está formada por todos los enteros positivos desde 1 hasta 30.

Sea i un entero cualquiera cuyo valor mínimo es 1 (límite inferior) y el valor máximo es 30. (límite superior).

Por lo tanto la sucesión indicada la podemos representar como : $\sum_{i=1}^{30} i$

Ejemplo : Calcular : $\sum_{i=3}^{5} (2i-1)$

Resolución :

Cada término a sumar es de la forma "2i - 1" donde "i" toma valores 3 ; 4 y 5

Para	***Término***
$i = 3$	$2 \cdot 3 - 1 = 5 \; +$
$i = 4$	$2 \cdot 4 - 1 = 7$
$i = 5$	$2 \cdot 5 - 1 = 9$

$$\sum_{i=3}^{5} (2i-1) = 5 + 7 + 9 = 21$$

Ejemplo : Expresar las sumatorias en forma desarrollada y calcular el valor de la suma :

a) $\sum_{i=1}^{40} i =$

b) $\sum_{i=1}^{10} i^2 =$

c) $\sum_{i=1}^{20} (2i+3) =$

d) $\sum_{i=0}^{3} i^2(i-3) =$

Ejemplo : Expresar las sumas usando sumatorias :

a) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 10 =

b) 17 + 18 + 19 + ... + 40 =

c) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 20^2 =$

d) 11 + 17 + 23 + ... + 191 =

PROPIEDADES

1. ***Número de términos de la sumatoria :***

$$\sum_{i=n}^{m} a_i \quad \rightarrow \quad \boxed{\#\ \text{términos} = m - n + 1}$$

Ejemplo : Halle el número de términos de la siguiente sumatoria :

$$\sum_{i=23}^{80} a_i \quad \rightarrow \quad \boxed{\#\ \text{términos} = 80 - 23 + 1 = 58}$$

2. ***Si k es un valor constante :***

$$\boxed{\sum_{i=n}^{m} k \cdot a_i = k \sum_{i=n}^{m} a_i}$$

Ejemplo :

$$\sum_{i=4}^{7} 2i = 2\sum_{i=4}^{7} i$$

3. ***ai ; bi son términos que dependen de la variable "i"***

$$\boxed{\sum_{i=n}^{m} (a_i \pm b_i) = \sum_{i=n}^{m} a_i \pm \sum_{i=n}^{m} b_i}$$

Ejemplo :

$$\sum_{i=1}^{4} (3i + i^2) = \sum_{i=1}^{4} 3i + \sum_{i=1}^{4} i^2$$

4. ***Sumatoria de una constante. k = cte.***

$$\boxed{\sum_{i=n}^{m} k = k\ (\#\text{términos}) = k\ (m - n + 1)}$$

Ejemplo :

$$\sum_{i=4}^{8} 10 = 10(8 - 4 + 1) = 50$$

5. ***Desdoblando la sumatoria :***
i = n ; n + 1 ; n + 2 ; n + 3 ; .... ; n + p ; n + p + 1 ; ...... m

$$\boxed{\sum_{i=n}^{m} a_i = \sum_{i=n}^{n+p} a_i + \sum_{i=n+p+1}^{m} a_i}$$

En cada caso resolver las siguientes sumatorias :

a) $\sum_{i=1}^{10}(5i+1)=$

b) $\sum_{i=1}^{10}(i^2+20)=$

c) $\dfrac{\sum_{i=0}^{100}(i^4-1)-\sum_{i=0}^{100}(2i^4-2)}{\sum_{i=0}^{100}(i^2+1)(i^2-1)}=$

d) $\left[\sum_{i=1}^{40} i-\sum_{i=9}^{40} i\right]^{\sum_{i=7}^{26}\frac{1}{10}}=$

e) $\sum_{i=2}^{20}(4i+3)=$

f) $\sum_{i=2}^{80}(i^4-1)-\sum_{i=5}^{80} i^4=$

g) $\sum_{i=2}^{30}(i^3-3i^2+3i-1)=$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. La suma de 20 números enteros consecutivos es 430. ¿Cuál es la suma de los 20 siguientes?

a) 830 b) 720 c) 630
d) 820 e) 900

02. Al sumar 61 números naturales consecutivos el resultado da 2745.
Hallar el mayor de los sumandos.

a) 75 b) 74 c) 73
d) 76 e) 77

03. La suma de todos los números naturales desde "n" hasta "5n" es 1230.
Calcular el valor de "n" y dar como respuesta el producto de sus cifras.

a) 0 b) 24 c) 12
d) 32 e) 40

04. Si :
$1 + 2 + 3 + ... + n = 990$
$3 + 6 + 9 + ... + 3m = 630$
Hallar : $\sqrt{m+n}$

a) 10 b) 12 c) 7
d) 8 e) 6

05. Calcular el valor de :
$J = 3{,}01 + 3{,}02 + 3{,}03 + ... + 7$

a) 2002 b) 2004 c) 2006
d) 1200 e) 802

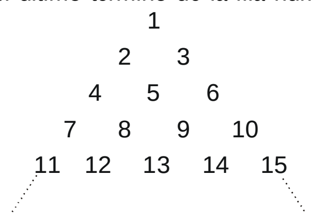
06. Determinar el valor de la siguiente suma :
$S = 2{,}01 + 4{,}04 + 6{,}09 + ... + 18{,}81$

a) 90,28 b) 92,85 c) 98,25
d) 92,28 e) 93,23

07. Calcular el valor de los 100 primeros términos de :
1 , 2 , 3 , -4 , 5 , 6 , 7 , - 8 , 9 , 10 , 11 , - 12

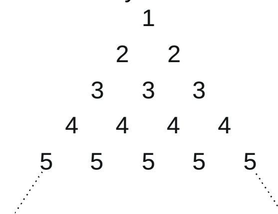
a) 2640 b) 2650 c) 2660
d) 2670 e) 2680

08. Disponga los números naturales en forma adjunta y de enseguida el último término de la fila número 30.



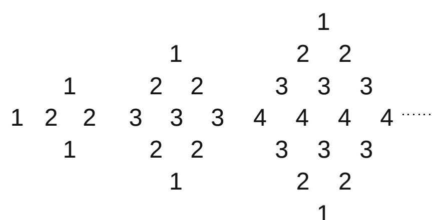
a) 465 b) 850 c) 890
d) 910 e) 999

09. Hallar la suma total si hay 20 filas :



a) 2870 b) 2780 c) 2875
d) 2872 e) 2880

10. Se arreglan números en forma de "diamante", como se muestra en el diagrama



¿Cuál es la suma de los números en el enésimo diamante?

a) $\frac{n(2n^2+1)}{3}$ b) $\frac{n(n^2+1)}{3}$
c) $\frac{n(n^2+2)}{3}$ d) $\frac{n(n^2+3)}{2}$
e) $\frac{n(n^2-2)}{3}$

11. Dos hermanas : Patty y Paola iniciaron ante la proximidad del verano un régimen de dieta. Patty lo lleva a cabo comiendo 13 duraznos cada día, mientras que Paola la lleva a cabo comiendo 1 durazno el primer día, 2 en el segundo, 3 en el tercero y así sucesivamente, la dieta terminó cuando ambas habían comido la misma cantidad de duraznos. Si la dieta se inició el 15 de noviembre.
¿Qué día terminó?

a) 10 de diciembre.
b) 11 de diciembre.
c) 8 de diciembre.
d) 9 de diciembre.
e) 12 de diciembre.

12. En una reunión todos los asistentes se saludaron con un apretón de manos, si en total hubo 28 apretones de manos.
¿Cuántos asistieron a la reunión?

a) 8 b) 6 c) 9
d) 7 e) 5

13. Por motivos de una fiesta infantil se repartieron un total de 1600 juguetes entre 25 niños, dándole a cada uno 2 juguetes más que al anterior.
¿Cuántos juguetes se les dio a los 15 primeros?

a) 800 b) 820 c) 290
d) 810 e) 560

14. Un abuelo tiene 20 nietos y repartió cierta cantidad de caramelos de la siguiente forma: El primero le dio 10, al segundo 12, tercero 14 y así sucesivamente.
¿Cuántas bolsas de caramelo ha tenido que comprar el abuelo, si cada bolsa trae 20 caramelos?

a) 30 b) 29 c) 31
d) 28 e) 32

15. Hallar la siguiente suma (dar la suma de cifras del resultado)

$$2 + 3 + 10 + 15 + 26 + ... + 1295$$

a) 14 b) 15 c) 20
d) 16 e) 17

16. Un profesor se dio cuenta que a medida que transcurría el ciclo, él gastaba mayor número de tizas por semana. Así la primera semana gastó 11 tizas, la segunda 13 tizas, la tercera 15 tizas y así sucesivamente. Si el ciclo duró 38 semanas; y cada caja de tizas traía 15 tizas.
¿Cuántas cajas abrió el profesor durante el ciclo para completar su dictado?

a) 121 b) 120 c) 122
d) 119 e) 123

17. Dos hermanas : Karen y Melina, compran cada una el mismo álbum de figuritas. Karen pega en el suyo 1 figurita el primer día, 2 en el segundo día, 3 en el tercero y así sucesivamente y Melina pega 10 figuritas cada día. Si ambas compraron su álbum el mismo día y Melina lo llena el día 16.
¿Cuántas figuritas le faltarán a Karen ese día para completar el suyo?

a) 18 b) 24 c) 20
d) 36 e) 56

18. Calcular :

$$\sqrt[11]{(1+3+5+7+...+19)^{0,1+0,2+0,3+...+1}}$$

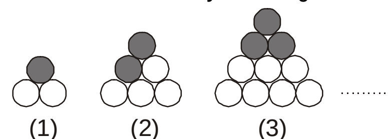
a) $\sqrt{10}$ b) 10 c) 100
d) 1 e) 1000

19. Hallar el valor de : $\sqrt[3]{x}$; si :

$$1 + 3 + 5 + ... + (2x + 5) = 900$$

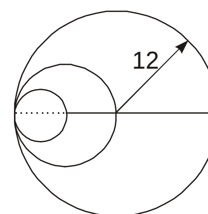
a) 2 b) 4 c) 6
d) 3 e) 5

20. ¿Cuántas bolitas blancas hay en la figura 20?



a) 211 b) 210 c) 209
d) 214 e) 221

21. Hallar las sumas de las áreas de los infinitos círculos así formados, tomando como diámetro el radio de la circunferencia anterior.

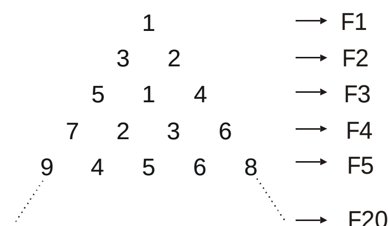


a) 144π b) 160π c) 180π
d) 192π e) 200π

22. Una persona debe recorrer 3275 m y los hace de la siguiente manera, en el primer minuto recorre "a" metros, en el segundo minuto recorre "2a" metros y retrocede 10m, en el tercer minuto recorre "3a"m y retrocede 10m, en el cuarto minuto recorre "4a"m, y retrocede 10m, y así sucesivamente, llegando a la meta en 21 minutos exactamente.
Hallar "2a".

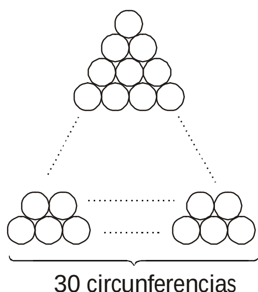
a)15 b) 20 c) 24
d) 30 e) 32

23. Hallar la suma total en el siguiente arreglo triangular :



a) 15486 b) 15480 c) 15470
d) 15342 e) 15398

24. ¿Cuántos hexágonos regulares se formarán al unir los centros de las circunferencias, tal que en el interior de cada hexágono haya solamente una circunferencia?



a) 370 b) 380 c) 378
d) 365 e) 392

25. Luis todos los días visita a uno de sus familiares en orden más cercano. Si la casa del más cercano está a 10m de la casa de Luis y a partir de allí todos se encuentran a 10m de distancia.
¿Cuánto habrá caminado Luis en total después de haber visitado al último de sus familiares, sabiendo que luego de visitar a un familiar siempre retorna a su casa y que sus familiares son 90?

a) 920 b) 915 c) 850
d) 900 e) 870

26. Gilder y Lincoln leen una novela de 300 páginas, Gilder lee 100 páginas diarias y Lincoln 10 páginas el primer día, 20 páginas el segundo día, 30 el tercero y así sucesivamente.
Después de haber leído cuántas páginas, coincidirán?

a) 1950 b) 2000 c) 1900
d) 1850 e) 2100

27. En una huerta hay 30 caballones, cada uno de ellos tiene 16m de largo y 2,5 m de ancho. Durante el riego el hortelano lleva los cubos de agua desde el pozo situado a 14m del extremo de la huerta y da la vuelta el caballón por el surco, el agua que carga cada vez le sirve para pegar un solo caballón.
¿Cuál es la longitud de camino que recorre el hortelano para regar toda la huerta?
Nota :
El camino comienza y termina junto al pozo.

a) 4 225 m b) 4 325 m
c) 4 125 m d) 4 025 m
e) 4 200 m

28. Calcular el valor de "S". Si :

$$S = \underbrace{1\cdot 3 - 3\cdot 5 + 5\cdot 7 - 7\cdot 9 + 9\cdot 11 - 11\cdot 13 + ...}_{40\ \text{términos}}$$

a) - 3300 b) - 3280 c) 3080
d) - 3380 e) - 3240

29. Una pelota de Ping pong es dejada caer de 24m de altura, y cada vez que rebota se eleva una altura igual a la mitad de la altura anterior.
¿Cuántos metros recorrió la pelota hasta que quedó teóricamente estática?

a) 48 m b) 96 m c) 72 m
d) 24 m e) 108 m

30. Hallar la suma total del siguiente arreglo numérico :

$$\begin{array}{l} 1 \\ 3 + 5 \\ 5 + 7 + 9 \\ 7 + 9 + 11 + 13 \\ \vdots \\ 19 + 21 + 23 + 25 + \dots + 37 \end{array}$$

a) 1 065 b) 1 045 c) 1 035
d) 1 095 e) 1 075

31. Calcular : A + B

$$\frac{\overbrace{111 + 113 + 115 + ... + A}^{x\ \text{términos}}}{\underbrace{1 + 3 + 5 + ... + B}_{x\ \text{términos}}} = 11$$

a) 156 b) 150 c) 155
d) 160 e) 152

32. Sabiendo que :

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + n$$

Hallar :

$$S = S_{20} - S_{19} + S_{18} - S_{17} + S_{16} + ... + S_2 - S_1$$

a) 1 640 b) 121 c) 110
d) 90 e) 131

33. Hallar la suma total del siguiente arreglo numérico :

$$\begin{array}{r} 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 20^2 \\ 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 20^2 \\ 3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 20^2 \\ 4^2 + 5^2 + ... + 20^2 \\ \vdots \\ 20^2 \end{array}$$

a) 44100 b) 42400 c) 44400
d) 4300 e) 4540

34. Hallar la suma de :

$$R = \underbrace{(x+1) + (x+3) + (x+5) + (x+7).........}_{\text{"n" sumandos}}$$

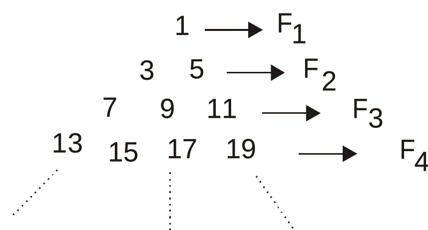
Para : x = (n - 2)

a) n(2n − 1)　　b) 2n(n − 1)
c) 2n(2n − 2)　　d) n(2n − 3)
e) $n^2 - n$

35. Un micro parte con 10 pasajeros, en el primer paradero suben 4 y bajan 2, en el siguiente suben 8 y bajan 3, en el siguiente suben 12 y bajan 4 y así sucesivamente. ¿Cuántos bajaron en el paradero central de su recorrido, si finaliza con 561 a bordo?

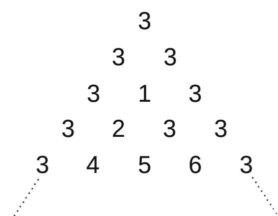
a) 8　　b) 9　　c) 10
d) 11　　e) 12

36. Hallar la suma de las diez primeras filas del siguiente arreglo numérico.



a) 3225　　b) 2525　　c) 3025
d) 1515　　e) 4225

37. Hallar la suma total del siguiente arreglo, si tiene 10 filas :



a) 723　　b) 726　　c) 710
d) 720　　e) 724

38. El primer día de trabajo gané S/. 3; el segundo día gané S/. 7; el tercer día gané S/. 13; el cuarto día gané S/. 21 y así sucesivamente. Si trabajé 20 días, ¿cuánto gané el último día?

a) 441　　b) 421　　c) 560
d) 380　　e) 420

39. Calcular la suma de los infinitos términos dados :

$$\frac{1}{7}+\frac{2}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\frac{2}{7^4}+\frac{1}{7^5}+\frac{2}{7^6}+...$$

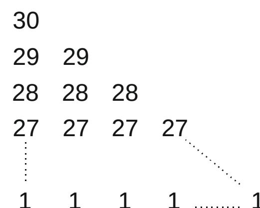
a) $\frac{1}{16}$　　b) $\frac{9}{16}$　　c) $\frac{7}{16}$
d) $\frac{3}{16}$　　e) $\frac{5}{16}$

40. Si x > 3; calcular el valor de la siguiente serie :

$$R=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+.....$$

a) $\frac{x}{x^2-4}$　　b) $\frac{x}{x^2+7}$　　c) $\frac{x}{x^2+1}$
d) $\frac{x}{x^2-x}$　　e) $\frac{x}{x^2-3}$

41. Calcular la suma de todos los términos del siguiente arreglo :



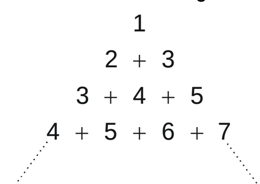
a) 4 960　　b) 4 980　　c) 4 900
d) 4 700　　e) 4 500

42. Calcular el valor de "E".
Si :

$$E=\frac{\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)....\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}{[1+2+3+.....+n]}$$

a) $\frac{1}{n}$　　b) $\frac{1}{n^2}$　　c) $\frac{2}{n}$
d) $\frac{3}{n}$　　e) $\frac{2}{n^2}$

43. La suma de la última fila del arreglo :



Es igual a 2380, ¿cuántas filas tiene el arreglo?

a) 35　　b) 38　　c) 39
d) 40　　e) 41

44. Hallar el valor de la siguiente serie :

$$E=1\times5+2\times6+3\times7+...+10\times14$$

a) 610　　b) 609　　c) 605
d) 606　　e) 607

45.Calcular :

$$S=2+\frac{5}{6}+\frac{13}{36}+\frac{35}{216}+....$$

a) 3,8　　b) 4,5　　c) 3,5
d) 2,5　　e) 2,6

46. Calcular R en :

$$R = 10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + ...+ 10^{20}$$

a) $\frac{10(10^2 - 1)}{9}$ b) $\frac{10(10^{20} - 1)}{9}$

c) $\frac{10(10^{21} - 1)}{9}$ d) $\frac{10(10^{20} - 3)}{9}$

e) $\frac{10(10^{20} - 1)}{3}$

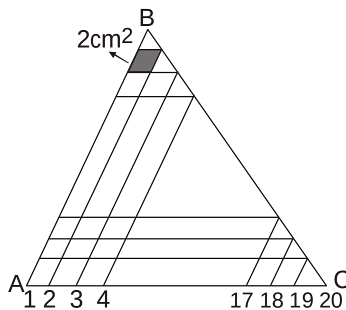
47. Calcular el valor de :

$$M = \frac{1}{1\times6\times9} + \frac{1}{2\times9\times12} + \frac{1}{3\times12\times15} + ... + \frac{1}{10\times33\times36}$$

a) $\frac{65}{2716}$ b) $\frac{65}{2176}$ c) $\frac{65}{2416}$

d) $\frac{65}{2576}$ e) $\frac{65}{2376}$

48. Hallar el área del triángulo, si todos los cortes son homogéneos.



a) $172cm^2$ b) $192cm^2$ c) $190cm^2$

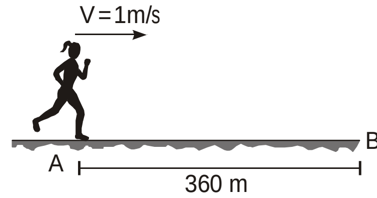
d) $180cm^2$ e) $380cm^2$

49. Calcular : S

$$S = 1\times19 + 2\times18 + 3\times17 + ... + 19\times1$$

a) 1 290 b) 1 330 c) 1 020
d) 1 390 e) 1 225

50. Anita una esforzada atleta realiza su entrenamiento el cual se encuentra en el punto A y se dirige hacia el punto B, recorriendo $\frac{4}{5}$ de la distancia que la separa de B y marca ahí el punto C. Luego se dirige hacia A, recorriendo $\frac{4}{5}$ de la distancia que la separa de A, y marca el punto D. Después se dirige hacia C recorriendo $\frac{4}{5}$ de la distancia que la separa de C y marca el punto E y así sucesivamente. ¿A qué distancia de B se encontrará al cabo de "x" años?



a) 250m b) 140m c) 240m
d) 160m e) 200m

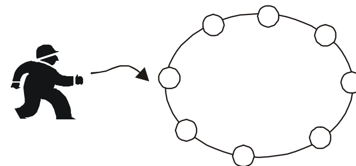
51. Reducir :

$$N = \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right).....\left(1-\frac{1}{10000}\right)$$

a) $\frac{101}{100}$ b) $\frac{202}{100}$ c) $\frac{101}{200}$

d) 2 e) $\frac{99}{200}$

52. Un atleta se dispone de entrenar en el circuito mostrado empleando 10 segundos para ir de un círculo a otro (en sentido horario), pero cada vez que completa media vuelta descansa un tiempo mayor en 10 segundos al que viene empleando para ir de un círculo a otro. Luego continúa y para ir de un círculo a otro emplea el tiempo que descansa. ¿Cuánto tiempo habrá transcurrido hasta terminar un descanso que duró 410 segundos?



a) 41400 seg b) 41000 seg
c) 42600 seg d) 43500 seg
e) 461000 seg

53. Calcular la suma de todos los términos unidos por la línea demarcada hasta la fila 20.

Fila 1 → 1
Fila 2 → 1 2 1
Fila 3 → 1 3 3 1
Fila 4 → 1 4 6 4 1
Fila 5 → 1 5 10 10 5 1
Fila 6 → 1 6 15 20 15 6 1

a) 1540 b) 1620 c) 1520
d) 1740 e) 1850

54. Calcular : S

$$S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + ...$$

a) $\frac{4}{81}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{4}{9}$

55. Si :

$f_{(1)} = 2$
$f_{(2)} = 2 + 2$
$f_{(3)} = 2 + 4 + 2$
$f_{(4)} = 2 + 6 + 6 + 2$
⋮

Calcular :

$$f_{(1)} + f_{(2)} + f_{(3)} + ... + f_{(20)}$$

a) $2^{21} - 1$ b) $2^{21} - 2$
c) $2^{21} - 3$ d) $2^{21} - 4$
e) $2^{21} - 6$

56. Dados :

$S_1 = 10 \times 11 + 11 \times 12 + 12 \times 13 + ... + 20 \times 21$

$S_2 = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + 20 \times 21$

Hallar : $S_2 \div S_1$

a) $\frac{84}{75}$ b) $\frac{42}{75}$ c) $\frac{42}{25}$
d) $\frac{84}{85}$ e) $\frac{83}{84}$

57. Calcular el valor de la siguiente serie :

$$S = \underbrace{1 \times 6 + 2 \times 7 + 3 \times 8 + ...}_{30 \text{ términos}}$$

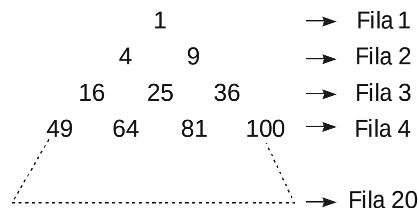
a) 13780 b) 11780 c) 12780
d) 14790 e) 15780

58. Hallar "S"

$$S = \frac{9}{20} + \frac{18}{80} + \frac{36}{320} + \frac{72}{1280} + ...$$

a) 0,1 b) 0,7 c) 0,6
d) 1,9 e) 0,9

59. En el siguiente arreglo triángulo calcular la suma de los términos de F_{20}



a) 804470 b) 804670 c) 846470
d) 805070 e) 804600

60. Calcular "S"

$$S = \frac{1}{5 \times 10} + \frac{1}{10 \times 15} + \frac{1}{15 \times 20} + ... + \frac{1}{100 \times 105}$$

a) $\frac{21}{100}$ b) $\frac{8}{105}$ c) $\frac{7}{105}$
d) $\frac{4}{21}$ e) $\frac{4}{105}$

Claves

01.	a
02.	a
03.	a
04.	d
05.	a
06.	b
07.	b
08.	a
09.	a
10.	a
11.	a
12.	a
13.	d
14.	b
15.	b
16.	c
17.	b
18.	b
19.	d
20.	a
21.	d
22.	d
23.	a
24.	c
25.	d
26.	c
27.	e
28.	d
29.	c
30.	b

31.	e
32.	c
33.	a
34.	b
35.	c
36.	c
37.	a
38.	b
39.	d
40.	d
41.	a
42.	b
43.	d
44.	c
45.	c
46.	b
47.	e
48.	c
49.	b
50.	e
51.	c
52.	a
53.	a
54.	c
55.	b
56.	a
57.	b
58.	e
59.	b
60.	e

Capítulo 11

CONTEO DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la tecnología en los últimos años, ha sido realmente vertiginoso, las piezas, y componentes de los aparatos modernos se han reducido notablemente su tamaño y adquirido un sin fin de formas, pudiendo colocársele de manera adecuada y armoniosa en espacios increíblemente pequeños. Esto ha sido posible gracias a que el ser humano es capaz de realizar y discriminar formas geométricas y realizar con ellas diseños diversos para aplicarlos en la fabricación de máquinas y aparatos empleados en los diferentes campos del que hacer cotidiano. El presente capítulo está orientado en ese sentido; al desarrollo de las habilidades de discriminación porcentual visual y de rapidez mental mediante la identificación y el conteo de las diversas formas de las figuras geométricas.

I. CONTEO DE SEGMENTOS

1. ¿Cuántos segmentos hay en la figura mostrada?



Resolución :

Procederemos por inducción sobre el número de "espacios".

T —e— R $\rightarrow 1 = \dfrac{1\times 2}{2}$; con 1 espacios

T —e— R —e— I $\rightarrow 1+2 = \dfrac{2\times 3}{2}$; con 2 espacios

T —e— R —e— I —e— L $\rightarrow 1+2+3 = \dfrac{3\times 4}{2}$; con 3 espacios

⋮

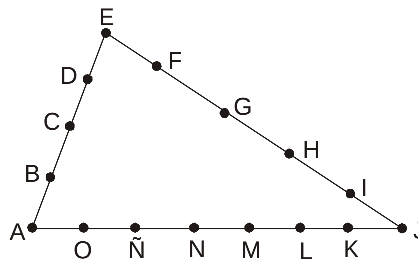
T —e— R —e— I —e— L —e— C —e— E $\rightarrow \dfrac{5\times 6}{2} = 15$; con 5 espacios

En general :

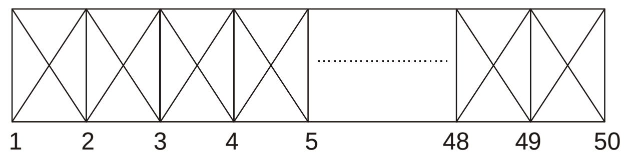
Para "n" espacios :

$$\#\ \text{de segmentos} : \frac{n(n+1)}{2}$$

2. ¿Cuántos segmentos hay en la siguiente figura?

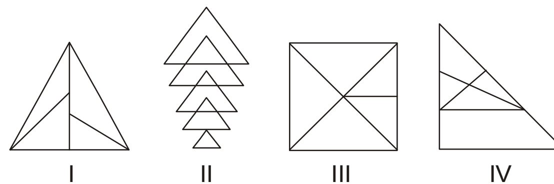


3. ¿Cuántos segmentos hay en la figura?

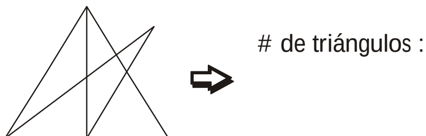


II. CONTEO DE TRIÁNGULOS

4. ¿Cuántos triángulos hay en las figuras mostradas?



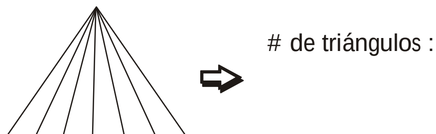
5. Indicar el número de triángulos en la figura :



de triángulos :

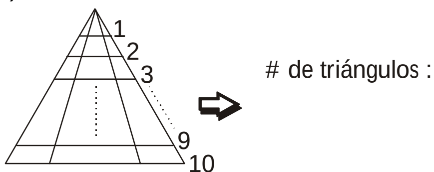
6. ¿Cuántos triángulos hay en las figuras mostradas?

a)



de triángulos :

b)

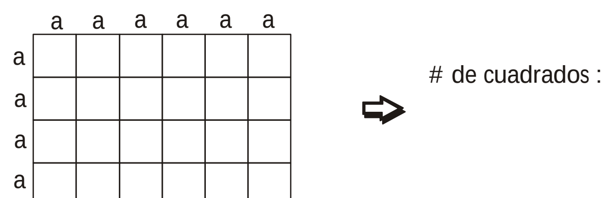


de triángulos :

III. CONTEO DE CUADRADOS

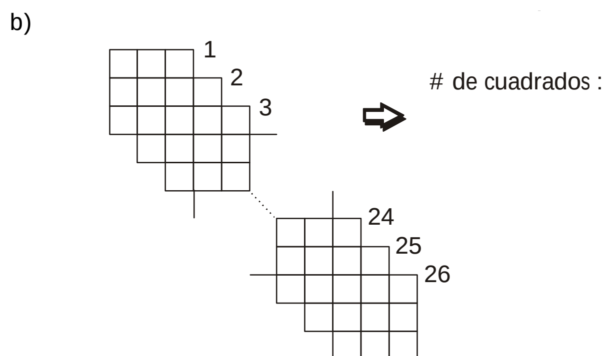
7. ¿Cuántos cuadrados hay en cada una de las figuras mostradas?

a)



de cuadrados :

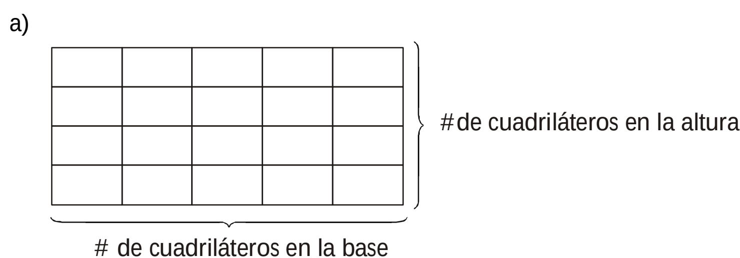
b)



IV. CONTEO DE CUADRILÁTEROS

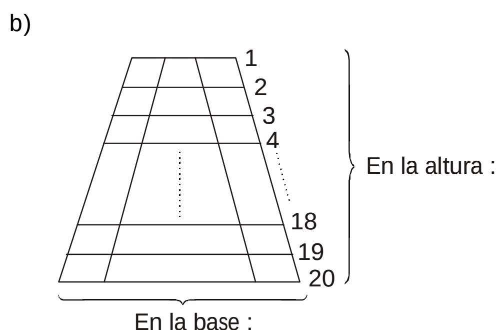
8. ¿Cuántos cuadriláteros hay en cada una de las figuras mostradas?

a)



Total de cuadriláteros :

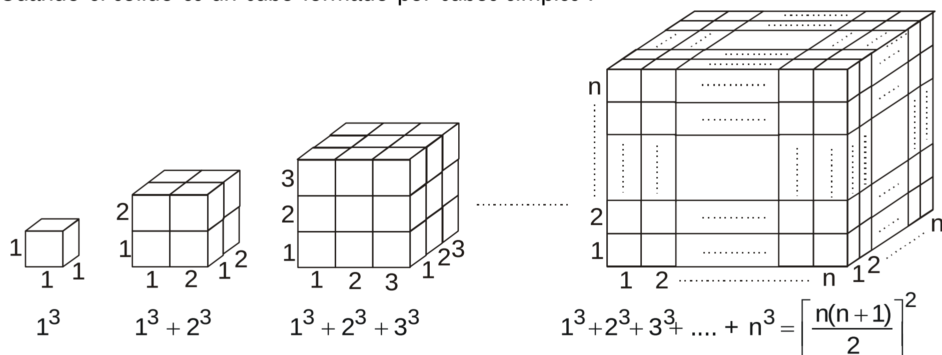
b)



Total de cuadriláteros :

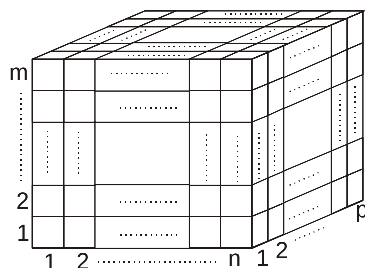
V. CONTEO DE CUBOS

Caso 1 : Cuando el sólido es un cubo formado por cubos simples :



En general : $\text{Número total de cubos} = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

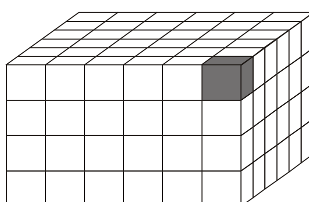
Caso 2 : Cuando el sólido es un paralelepípedo formado por cubos simples :



Número total de cubos $= m \times n \times p + (m-1)(n-1)(p-1) + (m-2)(n-2)(p-2) + ... + ...$

Así sucesivamente continuando hasta que uno de los factores sea 1.

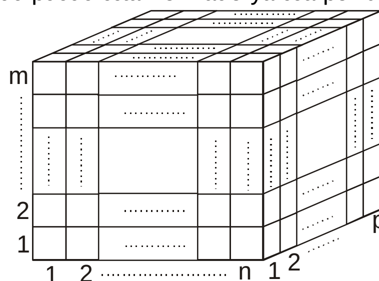
Ejemplo : ¿Cuántos cubos hay en la figura, sabiendo que en la construcción se han empleado bloques cúbicos (cubos simples o unitarios) como el cubo sombreado.



Número total de cubos =

VI. CONTEO DE PARALELEPÍPEDOS

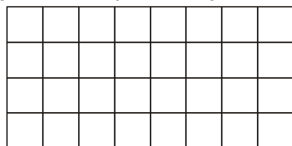
La figura muestra un paralelepípedo que puede estar formado ya sea por cubos simples o por paralelepípedos simples.



Número de Paralelepípedos $= \dfrac{m(m+1)}{2} \times \dfrac{n(n+1)}{2} \times \dfrac{p(p+1)}{2}$

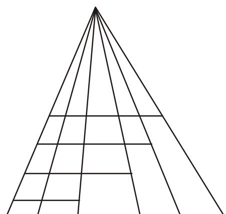
EJERCICIOS PROPUESTOS

01. ¿Cuántos segmentos hay en la figura mostrada?



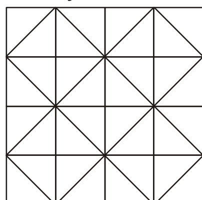
a) 265 b) 260 c) 270
d) 274 e) 280

02. ¿Cuántos triángulos hay en la figura adjunta?



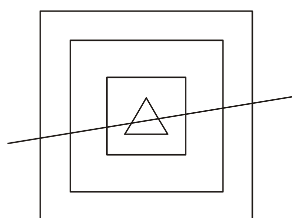
a) 46 b) 49 c) 48
d) 50 e) 52

03. ¿Cuántos cuadrados hay en total en la figura?



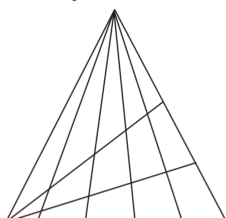
a) 32 b) 33 c) 34
d) 35 e) 36

04. ¿Cuántos segmentos hay en la figura?



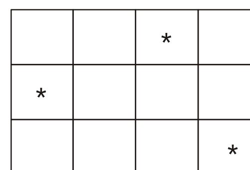
a) 72 b) 73 c) 74
d) 75 e) 76

05. ¿Cuántos triángulos hay en total?



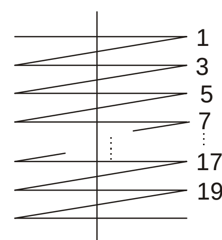
a) 59 b) 65 c) 63
d) 60 e) 61

06. ¿Cuántos cuadriláteros que por lo menos tenga un * en su interior hay en la figura?



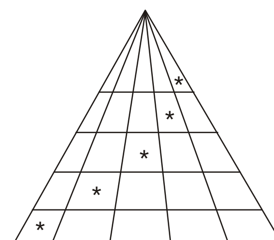
a) 39 b) 18 c) 38
d) 17 e) 40

07. ¿Cuántos segmentos hay en la figura?



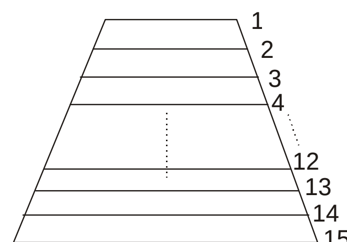
a) 379 b) 358 c) 309
d) 324 e) 316

08. ¿Cuántos triángulos tienen por lo menos un * en su interior?



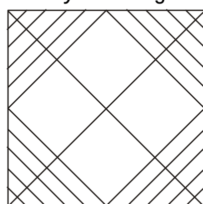
a) 52 b) 53 c) 54
d) 55 e) 56

09. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



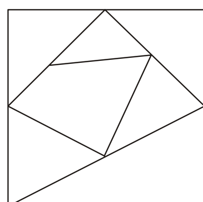
a) 105 b) 106 c) 110
d) 100 e) 95

10. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



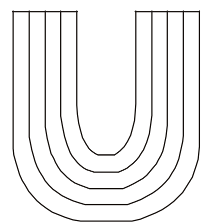
a) 66 b) 67 c) 68
d) 69 e) 70

11. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



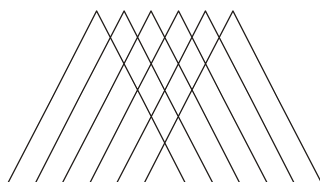
a) 6 b) 7 c) 5
d) 8 e) 9

12. ¿Cuántas letras "U" se pueden contar como máximo en la figura mostrada?



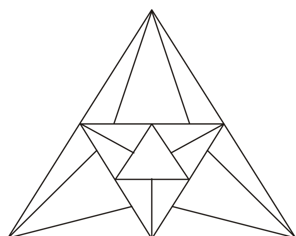
a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

13. ¿Cuántos segmentos hay en la figura mostrada?



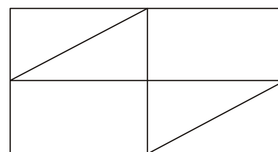
a) 180 b) 168 c) 172
d) 156 e) 178

14. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



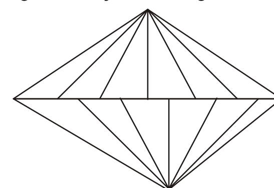
a) 29 b) 30 c) 31
d) 32 e) 28

15. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura?



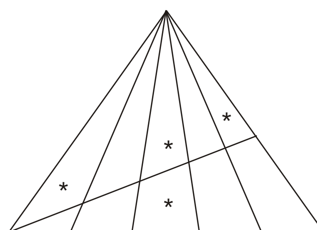
a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

16. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



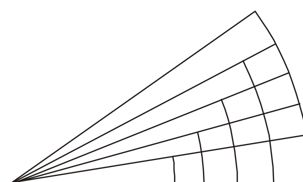
a) 56 b) 42 c) 36
d) 48 e) 50

17. ¿Cuántos triángulos tienen en su interior por lo menos un asterisco?



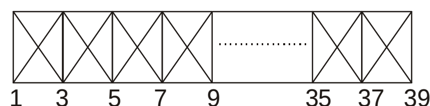
a) 25 b) 26 c) 33
d) 29 e) 19

18. ¿Cuántos sectores circulares se puede contar en la figura?



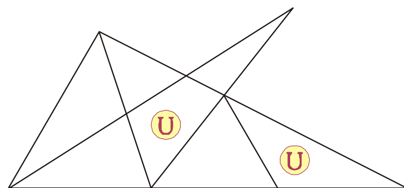
a) 40 b) 35 c) 60
d) 70 e) 30

19. ¿Cuántos segmentos hay en la siguiente figura?



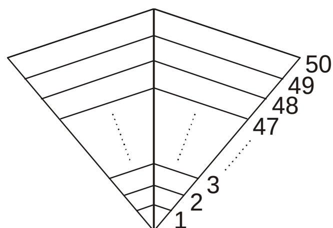
a) 312 b) 324 c) 424
d) 490 e) 514

20. ¿Cuántos triángulos hay en la figura, que tengan por lo menos una letra (U) en su interior?



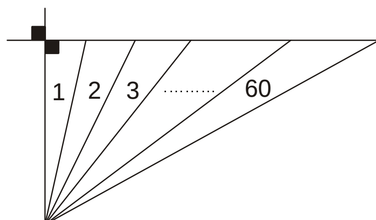
a) 7 b) 6 c) 8
d) 9 e) 10

21. Hallar el número total de cuadriláteros.



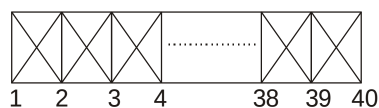
a) 2570 b) 2600 c) 2550
d) 2450 e) 2500

22. ¿Cuántos ángulos agudos hay en la figura?



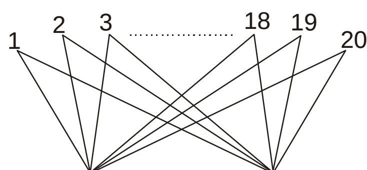
a) 1890 b) 1900 c) 1910
d) 1870 e) 1880

23. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



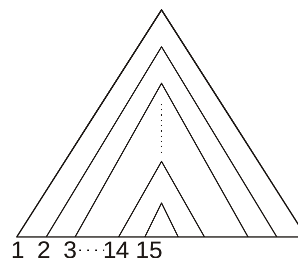
a) 392 b) 388 c) 396
d) 385 e) 390

24. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



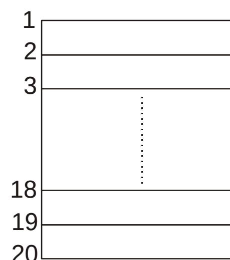
a) 2850 b) 2900 c) 2860
d) 2874 e) 2870

25. ¿Cuántos hexágonos hay en la figura?



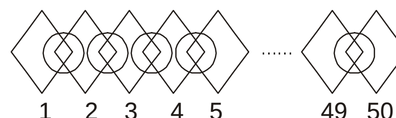
a) 95 b) 120 c) 105
d) 100 e) 110

26. Trazar las diagonales que sean posibles tal que no corten a ninguna recta horizontal e indique cuántos triángulos existen.



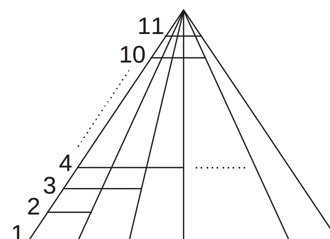
a) 178 b) 185 c) 188
d) 152 e) 180

27. Calcular el número total de puntos de corte en la figura mostrada.



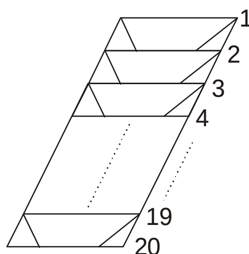
a) 368 b) 276 c) 294
d) 392 e) 352

28. Determinar el máximo número de triángulos en la figura mostrada.



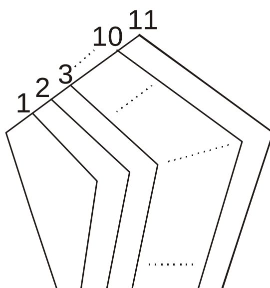
a) 550 b) 220 c) 275
d) 440 e) 330

29. ¿Cuántos cuadriláteros hay en el siguiente gráfico?



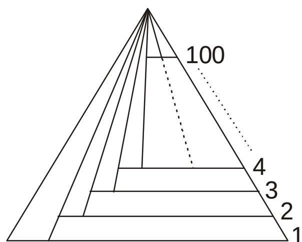
a) 250 b) 243 c) 240
d) 242 e) 247

30. Calcular la diferencia entre el número total de hexágonos y el número total de pentágonos existentes en la figura adjunta.



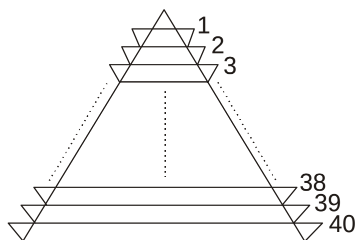
a) 28 b) 39 c) 42
d) 44 e) 35

31. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



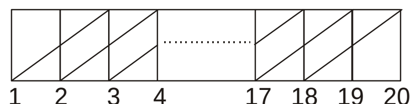
a) 321 b) 310 c) 300
d) 301 e) 320

32. ¿Cuántos cuadriláteros más que triángulos hay en la figura mostrada?



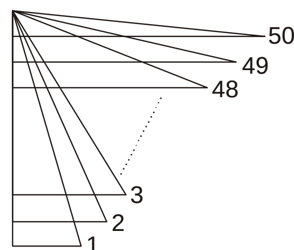
a) 819 b) 820 c) 814
d) 821 e) 831

33. ¿Cuántos segmentos hay en la figura mostrada?



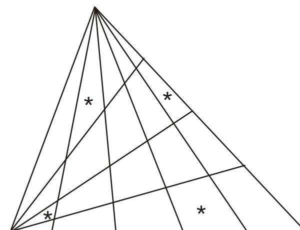
a) 480 b) 495 c) 500
d) 485 e) 490

34. ¿Cuántos triángulos hay en el siguiente gráfico?



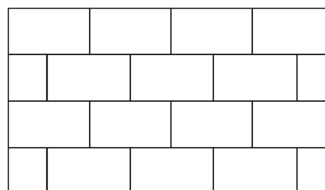
a) 21100 b) 21200 c) 22100
d) 21000 e) 22000

35. ¿Cuántos triángulos que por lo menos tengan un * en su interior hay en la figura?



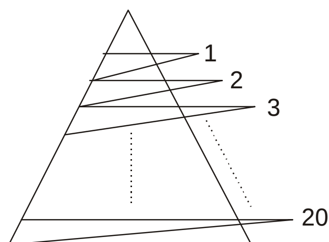
a) 67 b) 68 c) 65
d) 69 e) 70

36. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura adjunta?



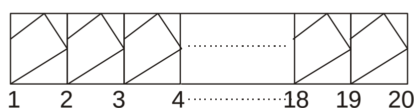
a) 50 b) 51 c) 52
d) 56 e) 54

37. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



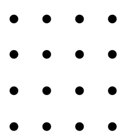
a) 101 b) 85 c) 87
d) 94 e) 91

38. En el siguiente gráfico, hallar la diferencia entre el número de cuadriláteros y el número de triángulos.



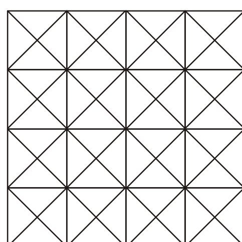
a) 189 b) 191 c) 190
d) 210 e) 220

39. ¿Cuál es el número total de cuadrados que pueden formarse tal que tengan solamente como vértices los puntos dados en la figura?
(Los puntos están igualmente espaciados)



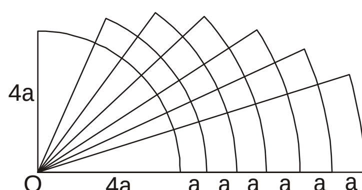
a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 20

40. ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



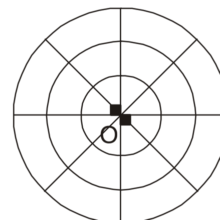
a) 72 b) 68 c) 64
d) 70 e) 68

41. ¿Cuántos sectores circulares hay en la figura?
("O" es centro de los círculos)



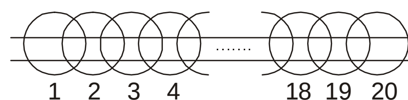
a) 82 b) 83 c) 84
d) 85 e) 86

42. ¿Cuántos semicírculos hay en la figura?
("O" : centro)



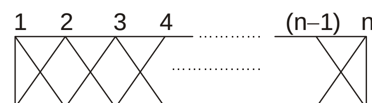
a) 23 b) 24 c) 25
d) 26 e) 27

43. ¿Cuántos puntos de corte hay en la figura?



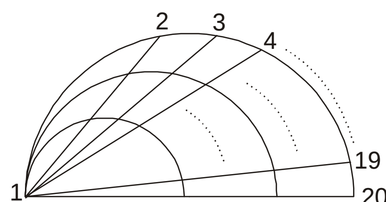
a) 115 b) 120 c) 118
d) 124 e) 132

44. En la siguiente figura, hallar el máximo número de segmentos.



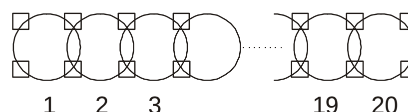
a) n^2-4n+5 b) n^2+n+6
c) n^2+n+2 d) n^2+5n-4
e) n^2+3n-6

45. ¿Cuántos arcos hay en la figura adjunta?



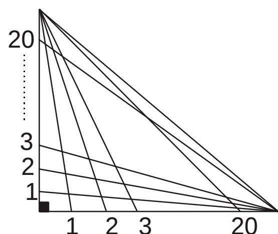
a) 540 b) 560 c) 570
d) 575 e) 610

46. Calcular el número total de puntos de corte en la figura mostrada.



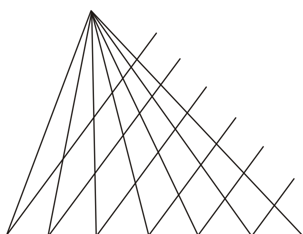
a) 200 b) 189 c) 179
d) 195 e) 198

47. Hallar el número total de ángulos agudos que se encuentran sobre los lados del triángulo rectángulo.



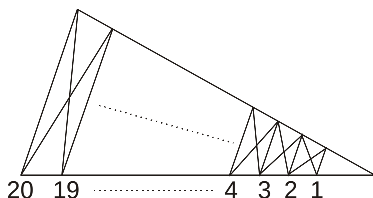
a) 1462 b) 1262 c) 1280
d) 1302 e) 502

48. ¿Cuántos segmentos hay en total en la siguiente figura?



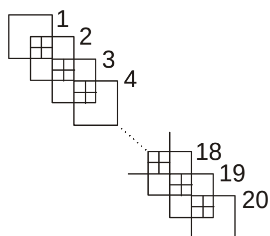
a) 185 b) 176 c) 198
d) 188 e) 189

49. ¿Cuántos triángulos hay en la figura mostrada?



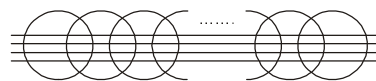
a) 360 b) 246 c) 245
d) 238 e) 247

50. ¿Cuántos cuadrados hay en total?



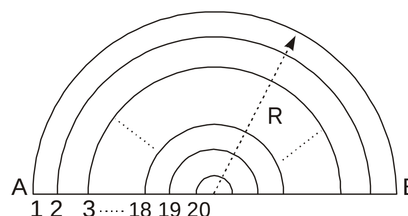
a) 154 b) 151 c) 153
d) 147 e) 148

51. Hallar el máximo número de puntos de intersección. En la figura hay 20 circunferencias y cuatro rectas paralelas.



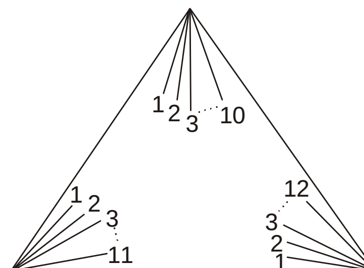
a) 195 b) 196 c) 197
d) 198 e) 199

52. Si AB es diámetro, ¿cuántas semicoronas circulares se pueden cortar?



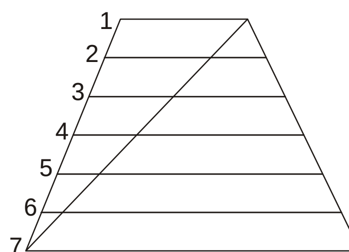
a) 190 b) 210 c) 200
d) 180 e) 195

53. ¿Cuántos ángulos agudos hay en la figura adjunta?



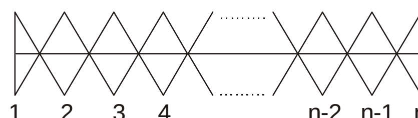
a) 265 b) 301 c) 228
d) 235 e) 232

54. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura mostrada?



a) 50 b) 51 c) 52
d) 48 e) 49

55. ¿Cuántos segmentos hay en la figura?

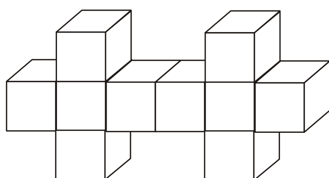


a) $\frac{n(n+13)}{2}$ b) $\frac{n(n+12)}{2}$

c) $\frac{n(n-13)}{2}$ d) $\frac{n^2+13n+6}{2}$

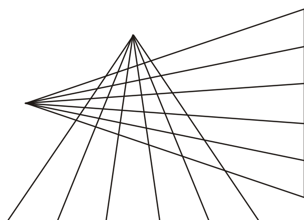
e) $n(n+13)$

56. En la figura, si se pinta todo el sólido. ¿Cuántos cubos tienen 4 caras pintadas?



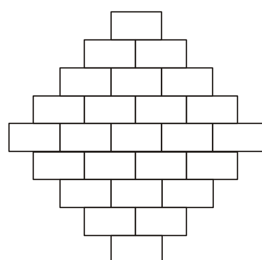
a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

57. ¿Cuántos cuadriláteros (convexos) se pueden contar en la siguiente figura?



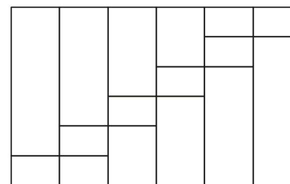
a) 250 b) 540 c) 405
d) 450 e) 435

58. Hallar el total de diagonales que se puede trazar en los cuadriláteros de la siguiente figura :



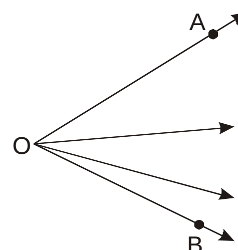
a) 110 b) 72 c) 60
d) 64 e) 98

59. ¿Cuántos cuadriláteros hay en la figura mostrada?



a) 60 b) 45 c) 40
d) 50 e) 55

60. ¿Cuántos rayos más comprendidos entre $A\widehat{O}B$ se tienen que trazar, para que en la figura haya en total, 28 ángulos agudos?



a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Claves

01.	c
02.	b
03.	d
04.	e
05.	d
06.	a
07.	e
08.	d
09.	a
10.	c
11.	b
12.	d
13.	e
14.	b
15.	e
16.	b
17.	d
18.	b
19.	e
20.	c
21.	e
22.	a
23.	b
24.	e
25.	c
26.	c
27.	c
28.	c
29.	e
30.	e

31.	c
32.	e
33.	e
34.	c
35.	b
36.	b
37.	a
38.	a
39.	e
40.	d
41.	c
42.	b
43.	c
44.	d
45.	c
46.	e
47.	e
48.	d
49.	b
50.	b
51.	d
52.	a
53.	d
54.	b
55.	a
56.	a
57.	c
58.	a
59.	e
60.	c

Capítulo

12 OPERACIONES COMBINADAS

Este capítulo permite dar una noción amplia y nítida de los propios fundamentos que tienen lugar en las cuatro operaciones principales (adición, sustracción, multiplicación y división), además de otras operaciones que implican a las ya mencionadas.
Es cierto que la mayoría de los problemas de este capítulo se pueden resolver por ecuaciones; pero el objetivo fundamental de este capítulo es de que Ud. resuelva los problemas utilizando sólo las 4 operaciones fundamentales.
A continuación,presentamos 5 problemas resueltos para que Ud. vea la idea de cómo resolver los problemas, y luego hay una serie de problemas propuestos para que Ud. practique.

Ejemplo 1:
¿Entre cuántas personas se repartieron S/. 185, si cada una recibió S/. 10 y sobraron S/. 15?

Resolución
Dinero a repartir : S/. 185 – S/. 15 = S/. 170
Como cada uno recibe S/. 10, entonces
el número de personas es : S/. $\frac{170}{10}$ = ***17***

$\therefore$ se repartió entre 17 personas

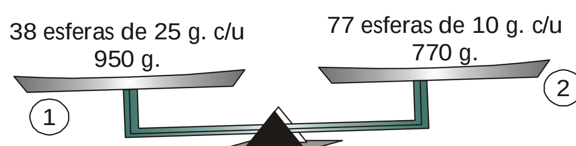
Ejemplo 2:
El costo de cada pasaje en un micro es de S/. 5 y por cada pasajero que baja suben dos. Si al final se ha recaudado S/. 300. ¿Con cuántos pasajeros partió al inicio, si al final llegó con 50 pasajeros?

Resolución
de pasajeros : $\frac{S/.300}{S/.5} = 60$

Se sabe que cada vez que baja una persona suben 2. Como al paradero final llegan 50 personas, esto quiere decir que bajaron 60 – 50 = 10 y subieron 20. De las 60 personas, 20 subieron en el camino, $\therefore$ En el paradero inicial subieron 60 – 20 = ***40 pasajeros***

Ejemplo 3:
En una balanza de 2 platillos se tiene 38 esferas que pesan 25 g c/u y 77 esferas que pesan 10 g c/u.
¿Cuántas esferas se deben intercambiar para que se encuentren en equilibrio, sabiendo que de ambos platillos se saca la misma cantidad de esferas?

Resolución
Graficando tenemos :



Peso que debe tener cada grupo : $\frac{950+770}{2}=860g$

Al platillo ② le falta 860 - 770 = 90 g

En un intercambio, este grupo gana 25 - 10 = 15 g.

Entonces el número de intercambios será : $\frac{90}{15}$ = ***6***

$\therefore$ Se han intercambiado 12 esferas.

Ejemplo 4:
Se compran limones a 2 por S/. 5 y se venden a 3 por S/. 8. ¿Cuánto ganará si se venden 180 limones?

Resolución

COMPRA	VENTA
×3 (2 lim. ⟶ S/. 5	×2 (3 lim. ⟶ S/. 8
6 lim. ⟶ S/. 15	6 lim. ⟶ S/. 16

Entonces, se deduce que :

En 6 limones —Gana→ S/. 1

En 180 limones —Gana→ S/. x

$\therefore$ x = S/. ***30***

Ejemplo 5:
Un galgo persigue a una liebre que lleva 90 saltos de adelanto, sabiendo que el galgo da 7 saltos mientras la liebre da 6 y que 4 saltos de la liebre equivalen a 3 del galgo.
¿Cuántos saltos dará el galgo para alcanzar a la liebre?

Resolución
Sea:
L: Salto de Liebre
G: Salto de Galgo

Luego: Se sabe que hay una ventaja de 90L

Acercamiento: 7G - 6L .... (1)
Equivalencia:
4L = 3G
L = 3K .... (α)
G = 4K .... (β)

(α) y (β) en (1)

7(4K) - 6 (3K) = 10K

Cada vez que el galgo da 7 saltos, se acerca a la liebre 10K. Para acercarse 90(3K) = 270K

Entonces:

7G ⟶ 10K
x ⟶ 270K

$\therefore$ x = ***189 G***

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Un comerciante compra 500 vasos a S/. 2 cada uno y luego 6 docenas de vasos a S/. 60 cada docena. Si se vende todo por S/. 1932, ¿cuánto ganará en cada vaso?

a) S/. 1 b) S/. 2 c) S/. 1,2
d) S/. 2,1 e) S/. 1,5

02. Pedro tiene billetes de S/. 50 y Pablo tiene billetes de S/. 100. Sumando lo que tienen es S/. 3000.
Si Pedro le da 12 billetes a Pablo, ambos tienen igual cantidad.
¿Cuántos billetes tenía inicialmente Pablo?

a) 8 b) 9 c) 42
d) 12 e) 18

03. Un comerciante tiene al inicio del día 8 pelotas de S/. 1 cada una y 4 pelotas de S/. 2 cada una. Si al final del día vendió S/. 12, ¿cuántas pelotas le sobran si le quedan por lo menos una pelota de cada tipo?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

04. De una pieza de tela, se ha cortado la mitad y luego la cuarta parte del resto, sabiendo que al final quedaron 24 metros, ¿cuál es la longitud total cortada?

a) 36 m b) 30 m c) 42 m
d) 40 m e) 48 m

05. En un edificio de 20 pisos, Sebastián vive en el noveno piso y Lucas en el tercer piso, con respecto al primer piso, ¿cuántas veces más alejado se encuentra Sebastián que Lucas?

a) 1 b) 2,5 c) 3,5
d) 2 e) 3

06. En una fiesta hay 99 personas; en un momento determinado 15 hombres y 10 mujeres no bailan.
¿Cuántas mujeres hay en la fiesta?

a) 49 b) 48 c) 50
d) 47 e) 52

07. En un estante pueden caber 20 libros de R.M. y 15 de R.V.
¿Cuántos libros de R.M. pueden caber en todo el estante?

a) 30 b) 48 c) 40
d) 36 e) 24

08. Un ladrillo pesa 4 Kg, ¿cuánto pesará otro ladrillo cuyas dimensiones sean la mitad del ladrillo anterior?

a) 0,5 Kg b) 0,25 Kg c) 2 Kg
d) 1,5 Kg e) 0,75 Kg

09. Una botella vacía pesa 425 gramos y llena de agua pesa 1175 gramos, ¿cuántas botellas semejantes serán necesarias para vaciar en ellas el contenido de un barril de 225 litros?

a) 150 b) 200 c) 400
d) 350 e) 300

10. Pilar tiene "S" soles más que Luis. ¿Cuánto debe darle Pilar a Luis, para que ambos tengan la misma suma?

a) $\frac{S}{2}$ b) $\frac{S}{3}$ c) 2S
d) $\frac{S}{4}$ e) S

11. En una fuente habían 20 personas esperando para llenar un cántaro cada una de ellas. La fuente arroja 9 litros por minuto y la capacidad del cántaro es de 18 litros.
¿Qué tiempo habrá esperado la última persona para empezar a llenar su cántaro, si cuando llegó se estaba acabando de llenar el primero?

a) 34 min b) 35 min
c) 32 min d) 30 min
e) 36 min

12. Alex posee 80 monedas de 5 soles, y Luis tiene 110 monedas de 2 soles, ¿cuántas monedas deben intercambiarse para que ambos tengan la misma suma de dinero?

a) 20 b) 28 c) 60
d) 35 e) 30

13. Un empresario decide entregar a cada uno de sus trabajadores 250 soles.
Uno de ellos es despedido y el total es repartido entre los demás, recibiendo cada uno 300 soles.
¿Cuántos eran los trabajadores inicialmente?

a) 4 b) 5 c) 7
d) 10 e) 6

14. Se tiene un libro de Aptitud Matemática, uno de Lenguaje, uno de Historia y uno de Física. ¿De cuántas maneras distintas podrán extraerse los libros hasta sacar el de Física?

a) 9 b) 12 c) 15
d) 16 e) 6

15. Se compraron 65 vasos a 150 soles cada uno. Después de vender 17 con una ganancia de 30 soles por vaso, se rompieron 5.
¿A cómo debo vender cada uno de los restantes para obtener una ganancia total de 2125 soles?

a) 175 soles b) 180 soles
c) 165 soles d) 190 soles
e) 205 soles

16. Para cercar un terreno cuadrado se necesitan 360 postes, ¿cuántos más son necesarios para cercar otro terreno cuadrado de área 9 veces del anterior?

a) 740 b) 720
c) 880 d) 920
e) 850

17. Dos cirios de igual calidad y de igual diámetro difieren en 16 cm. Se encienden los dos al mismo instante y después de cierto tiempo la longitud de uno es el triple de la longitud del otro y a partir de ese momento, el más pequeño dura en consumirse media hora.
¿Cuál es la longitud inicial del cirio más grande si este duró 3 horas en total?

a) 60 cm b) 64 cm
c) 54 cm d) 32 cm
e) 48 cm

18. Un ómnibus llegó a su paradero final con 53 pasajeros, además se observó durante el trayecto que en cada paradero por cada pasajero que bajaba subían 3; si cada pasaje cuesta S/. 0,60 y se recaudó un total de S/. 39.
¿Con cuántos pasajeros partió del paradero inicial?

a) 29 b) 24 c) 25
d) 30 e) 36

19. Cada vez que compro 12 manzanas, me regalan 3 y cada vez que vendo 16 manzanas regalo 1. Si compro y vendo las manzanas al mismo precio.
¿Cuántas manzanas debo comprar para ganar 90 manzanas?

a) 480 b) 320 c) 400
d) 300 e) 500

20. Por error, en vez de multiplicar un número por 100, lo dividí por 100 y encontré como resultado 23,18. La diferencia entre el número de dígitos que corresponde a la parte entera del resultado verdadero y el equivocado es :

a) 4 b) 2 c) 3
d) 0 e) 6

21. Dos depósitos contienen 2587 y 1850 litros de agua, resepectivamente. Con una bomba se traslada del primero al segundo 4 litros de agua por minuto.
¿Después de cuánto tiempo uno contendrá el doble de litros que el otro?

a) 120 min b) 250 min
c) 185 min d) 277 min
e) 264 min

22. Se quiere cercar un terreno de forma cuadrada cuya área es 7225 m^2 con una cerca de 5 hileras de alambre. Se desea saber cuánto costará toda la obra, si el metro de alambre cuesta 2 soles y la mano de obra total 150 soles.

a) S/. 3650 b) S/. 3520 c) S/. 3850
d) S/. 3270 e) S/. 3550

23. Jesica sale todos los días de su trabajo a las 19:00 h y en ese mismo instante llega su esposo y la recoge en su auto dirigiéndose a casa. Un día Jesica salió a las 18:20 h y va al encuentro de su esposo quien la encuentra en el camino dirigiéndose a su casa, llegando 36 minutos antes que de costumbre.
¿Cuánto tiempo estuvo caminando Jesica?

a) 26 min b) 24 min c) 22 min
d) 20 min e) 18 min

24. Dos bebedores de cerveza Alex y Luis acordaron dejar de beber cuando hubiesen consumido la misma cantidad. Cuando empezó a beber Alex, había bebido Luis 15 vasos; por cada 4 vasos que bebió Alex, Luis bebió 5. Además, se sabe que la capacidad de cada vaso de Alex es el doble de cada vaso de Luis.
¿Cuántos vasos había bebido Alex cuando se cumplió lo acordado?

a) 16 b) 18 c) 20
d) 24 e) 15

25. Un almacenista compró a un fabricante cierto número de objetos iguales, a razón de S/. 72 la docena y los vendió después a un comerciante, a razón de S/. 70 la decena. El comerciante vendió los objetos al público a S/. 22 el par y resulta que ganó S/. 1260 más que el almacenista.

¿Cuánto cobró el fabricante?

a) S/. 230 b) S/. 2540
c) S/. 2620 d) S/. 2520
e) S/. 2120

26. ¿Cuál es el menor perímetro que puede tener un rectángulo de $777m^2$ de área, si sus lados expresados en metros son números enteros?

a) 116 m b) 120 m
c) 121 m d) 124 m
e) 118 m

27. Andrea compra limones a 3 por 2 soles y los vende a 4 por 3 soles.
Para ganar 10 soles debe vender......

a) 130 limones.
b) 140 limones.
c) 160 limones.
d) 180 limones.
e) 120 limones.

28. Un tonel "A" de 200 litros de capacidad, está lleno de vino de 14 soles el litro y otro tonel "B", de 120 litros de capacidad, está lleno de vino de 12 soles el litro.
¿Cuántos litros deberían intercambiarse para que la diferencia de costos en los volúmenes de ambos toneles sea 1200 soles?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 60

29. Una liebre perseguida por un galgo lleva ya adelantados 120 saltos y da 5 saltos mientras el perro da 4; y como 7 saltos de la liebre equivalen a 5 del perro, se desea saber, ¿cuántos saltos tendrá que dar éste para alcanzarla?

a) 1200 b) 600 c) 500
d) 700 e) 800

30. Un comerciante compró 30 teléfonos móviles por 5400 soles. Si en la venta de 12 teléfonos móviles quiere ganar el precio de compra de 6 teléfonos móviles. ¿A cómo tendrá que vender cada uno de ellos?

a) S/. 250 b) S/. 260 c) S/. 270
d) S/. 280 e) S/. 290

31. Un padre deja una herencia de 171 000 dólares a sus hijos. Antes de efectuarse el reparto, muere uno de ellos y la suma que le correspondía se distribuye equitativamente entre sus hermanos quienes reciben entonces 19 000 dólares cada uno. ¿Cuántos hijos eran al principio?

a) 3 b) 4 c) 10
d) 6 e) 9

32. En el momento que un microbús parte, el cobrador posee 32 monedas de S/. 1 y 20 billetes de S/. 10. Cuando llegan al paradero final, el cobrador posee únicamente 80 billetes de S/. 10 y algunas monedas de S/. 5. Se sabe que el pasaje es único y de S/. 6; y hay quienes pagaron con billetes de S/. 10, con monedas de S/. 5 y S/. 1. ¿Cuántas personas viajaron?
Nota: No hay personas que pagaron sólo con monedas de S/. 1 o sólo con monedas de S/.5.

a) 268 b) 270 c) 255
d) 281 e) 249

33. Un carpintero cobra 2 500 soles por hacer una cómoda y 1 500 soles por hacer un velador. Con las maderas que le han dado, puede confeccionar cualquier de los grupos que se menciona.
¿Cuál de los grupos le convendrá más?

a) 9 veladores.
b) 7 cómodas.
c) 5 cómodas y 3 veladores.
d) 1 cómoda y 8 veladores.
e) 3 cómodas y 6 veladores.

34. Dos personas tienen S/. 3 587 y S/. 9 93 respectivamente. Se ponen a jugar cartas a S/. 7 la partida y, al final, la primera persona que ha ganado todas las partidas, tiene el cuádruple de lo que tiene la segunda.
¿Cuántas partidas jugaron?

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

35. Ocho personas tienen que pagar, por partes iguales S/. 25000; como algunas de ellas no pueden hacerlo, cada uno de los restantes tiene que dar S/. 1 875 más para cancelar la deuda.
¿Cuántas personas no pagaron?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

36. A una fiesta asistieron 495 personas, la primera dama bailó con 1 caballero, la segunda con 3, la tercera con 6, la cuarta con 10 y así sucesivamente, hasta que la última bailó con todos los caballeros.
¿Cuántos caballeros acudieron a la fiesta?

a) 465 b) 460 c) 450
d) 470 e) 440

37. Un examen consta de 4 preguntas, la primera vale 3 puntos, la segunda vale 4, la tercera vale 6 y la cuarta vale 7 puntos. Cecilia contesta correctamente 2 preguntas, regularmente una pregunta y deja de contestar la restante. Por pregunta bien contestada recibe el puntaje correspondiente, por la pregunta contestada regularmente recibe el puntaje correspondiente disminuido en 3 puntos, y por la pregunta no contestada recibe cero puntos. Cecilia aprueba con nota mayor que 10.
¿Cuál es la mayor nota que puede obtener?

a) 12 b) 14 c) 16
d) 20 e) 18

38. Se tiene un salón iluminado con 120 luminarias y otro a oscuras. Si se apagan 5 luminarias del primero y se encienden 3 del segundo, y si se repite esta operación hasta que se tenga igual cantidad de luminarias encendidas, ¿cuál es esa cantidad?

a) 15 b) 30 c) 60
d) 45 e) 25

39. Se tiene un montón de 64 monedas de 15 g. cada uno y otro de 44 monedas de 30 g. cada uno, ¿Cuántos intercambios deben darse para que, sin variar el número de monedas de cada montón, ambas adquieran el mismo peso?

a) 15 b) 16 c) 17
d) 12 e) 13

40. Marcos y Gisella tienen 8 y 4 panes respectivamente y deben compartirlos equitativamente con dos amigos. Para recompensarlos, éstos entregan 180 soles a Marcos y Gisella, ¿cuánto le toca a Marcos?

a) 90 soles b) 140 soles c) 150 soles
d) 100 soles e) 120 soles

41. Cinco amigos consumieron en un restaurante por un valor de 400 soles y dos de ellos solamente tenían $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ del consumo. Para cubrir la diferencia, cada uno de los restantes pagó por igual la suma de :

a) 270 soles b) 90 soles
c) 130 soles d) 180 soles
e) 160 soles

42. Se ha comprado 400 sacos de arroz a S/. 45 cada saco, habiéndose pagado S/. 7 por cada 10 sacos y por kilómetro recorrido.
¿Cuántos sacos llegaron malogrados, si el recorrido total fue de 30 kilómetros y se tuvo que vender a S/. 180 cada saco, para tener de ganancia neta un total de S/. 42 000?

a) 12 b) 18 c) 15
d) 16 e) 20

43. Un ómnibus hace un viaje de Lima a Huancayo y en uno de sus recorridos, recaudó un total de 784 soles por los adultos y 360 soles por los niños; el precio del pasaje para adultos y niños es 28 y 12 soles respectivamente. Cada vez que baja un niño suben 2 adultos y cada vez que baja un adulto suben 3 niños. Además, el ómnibus llegó a Huancayo con 20 adultos y 20 niños.
¿Con cuántos adultos salió el ómnibus de Lima?

a) 12 b) 8 c) 9
d) 11 e) 13

44. Se quiere cercar un terreno de forma cuadrada cuya área es 15625 m^2 con una cerca de 3 hileras de alambre. Se desea saber, ¿cuánto costará toda la obra si el metro de alambre cuesta 1,5 soles y la mano de obra total 45 soles?

a) 4500 b) 1800 c) 2000
d) 2250 e) 2295

45. Vanessa es perseguida por su enamorado y le lleva 80 pasos de ventaja. Ella da 6 pasos mientras él sólo da 4; pero 3 pasos de él equivalen a 5 pasos de ella.
¿Cuántos pasos dará él para alcanzar a Vanessa?

a) 360 b) 480 c) 380
d) 400 e) 450

46. Un comerciante compra artículos a 3 por S/. 35 y los vende a 5 por S/. 70. Si los 50 artículos que le quedan representa su ganancia, ¿cuántos artículos en total compró?

a) 300 b) 250 c) 350
d) 400 e) 450

47. Un comerciante adquirió 1 800 cigarrillos importados a S/. 0,80 cada uno, habiéndosele obsequiado 4 cigarrillos por cada cajetilla de 20 unidades que compró. ¿A qué precio debe vender cada cigarrillo, si el comerciante regalará 5 por cajetilla y proyecta obtener una ganancia total de S/. 96?

a) S/. 0,9 b) S/. 0,8 c) S/. 1,0
d) S/. 1,2 e) S/. 0,7

48. Sebastián escapó de su casa y cuando ha dado 60 pasos, sale en su persecución el papá, el cual da 3 pasos cada vez que Sebastián da 5 pasos. Sebastián en 11 pasos avanza tanto como su papá en 7 pasos. El papá da 14 pasos por minuto. ¿Al cabo de cuánto tiempo de haber salido el papá, Sebastián le habrá sacado 100 pasos de ventaja?

a) 35 min b) 30 min
c) 36 min d) 45 min
e) 50 min

49. Un transportista solicitó $ 12 por el transporte de $7m^3$ de piedra y otro $9 por $5m^3$, resultando caros y desiguales en los precios. Se les ofreció un aumento igual para los dos en el importe total y en la cantidad de piedra que van a transportar. Además, la cantidad de piedras y dólares son numéricamente iguales. Aceptada la condición, resultó que ambos transportistas cobraron la misma cantidad por m^3, ¿cuántos dólares cobraron por m^3 ambos transportistas?

a) 1,8 b) 2,4 c) 1,5
d) 4,2 e) 5,6

50. Un extranjero se aloja en un Hotel pagando $ 24 diarios por el cuarto y $60 por el cuarto y comida. Al cabo de 36 días, el extranjero se retira del Hotel pagando $ 1 890; suma en la cual está incluido $ 192 de gastos extras efectuados durante este periodo. Si el administrador le había hecho una rebaja de $ 1 por cada $ 10, ¿cuántos días comió el extranjero en el hotel?

a) 29 b) 30 c) 35
d) 40 e) 25

51. Para una instalación de luz, pidió un electricista S/. 140 para cada lámpara, incluyendo el material y la mano de obra, y pensó ganar S/. 672; pero hizo una rebaja de S/. 14 por lámpara y no ganó más que S/. 448.
¿Cuántas lámparas se instalaron y cuánto importó el material eléctrico?

a) 16 lámparas; S/. 1450
b) 14 lámparas; S/. 1650
c) 15 lámparas; S/. 1450
d) 16 lámparas; S/. 1568
e) 17 lámparas; S/. 1650

52. En la puerta de una iglesia se encuentran habitualmente 2 mendigos, a saber: una pobre todos los días y alternadamente un ciego y un cojo. Una persona caritativa manda a su criada con S/. 31 y le dice : "Si encuentras a la pobre y al ciego, darás a este los $\frac{3}{8}$ de la suma y $\frac{5}{8}$ a la mujer; pero si está allí el cojo, le darás los $\frac{3}{5}$ de la suma y los $\frac{2}{5}$ a la mujer. Por casualidad aquel día están los 3 mendigos en la puerta de la iglesia. ¿Cuánto le tocó al ciego?

a) 6 b) 5 c) 8
d) 4 e) 7

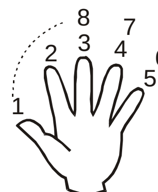
53. Un comerciante dispone de seis barriles llenos de jugo de naranja con capacidades de 15, 16, 18, 19, 20 y 31 litros. Aparta uno para su uso propio y el jugo en los barriles restantes se vende a dos personas distintas de tal modo que uno de ellos compra exactamente el doble de litros de jugo que el otro. Si todos estos barriles están cerrados.
¿Cuál es la capacidad del barril apartado?

a) 15 litros b) 18 litros
c) 19 litros d) 20 litros
e) Sin respuesta

54. Como el médico me recomendó caminar todas las mañanas, doy una vuelta (a velocidad constante) a la manzana en la que vivo. Mi mujer aprovecha para correr (a velocidad constante) alrededor de la misma manzana. Salimos juntos y llegamos al mismo tiempo. Ella recorre la manzana en el mismo sentido que yo y me rebasa dos veces durante el recorrido. Si ella corriera en el sentido contrario, al mío, ¿cuántas veces se cruzaría conmigo?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

55. Si los dedos de la mano se cuentan de la siguiente manera:



¿En qué dedo cae el mayor cuadrado perfecto de 4 cifras?

a) Anular.
b) Meñique.
c) Pulgar.
d) Índice.
e) Medio.

56. Sebastián compró (10q + 2) monedas de 25 céntimos y Alessandro (2q + 10) monedas de las mismas. Si juntamos todas las monedas y las cambiamos por monedas de 10 céntimos, el número de éstas será:

a) 12(q + 1) b) 8q – 10
c) q + 1 d) 30 (q + 1)
e) 12 (q + 2)

57. Dos operarios se dedican a roblonar vigas con roblones iguales: uno de ellos roblona a mano y el otro con máquina. El primero coloca 45 roblones por hora y el segundo 150 en el mismo tiempo. Cuando empezó el segundo, llevaba roblando el primero 7 horas y dejaron el trabajo cuando los dos habían puesto el mismo número de roblones.
¿Cuántas horas estuvo roblonando cada operario?

a) 10 y 3 b) 8 y 3
c) 9 y 4 d) 10 y 4
d) 9 y 3

58. Una ama de casa concurre a una carnicería y compra S/. 30 de carne pagando con un billete de S/. 100. El carnicero, al no tener sencillo, cruza la calzada y cambia el billete con el boticario quien le da billetes de a S/. 10 con los cuales da vuelto a la señora. Minutos después, el boticario se percata que el billete era falso y reclama al carnicero quien le devuelve 10 billetes dé 10. El carnicero perdió :

a) S/. 130 b) S/. 30 c) S/. 100
d) S/. 70 e) S/. 200

59. Juan y Pablo, con sus hijos Tom y Dick compran libros, cuando han terminado se comprueba que cada uno ha pagado por cada uno de los libros un número de soles igual al número de libros que han comprado. Cada familia ha gastado S/. 65, Juan compró un libro más que Tom y Dick compró sólo un libro. Luego son ciertas:
I. Juan compró ocho libros.
II. Juan es padre de Dick.
III. Tom es hijo de Pablo.

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) Todas

60. Dos comerciantes importan chompas, seis docenas el primero y cuatro docenas el segundo. Una vez estuvo la mercadería en la aduana, se enteraron que tenían que pagar impuestos. Como tenían poco dinero, el primero paga con cinco chompas más 114 soles y el segundo paga con tres chompas más 126 soles.
Se afirma:
I. El precio de costo de cada chompa es 138 soles.
II. El impuesto de cada chompa es 12 soles.
III. La diferencia de los gastos en impuestos es 264 soles.

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) Todas

Claves

01.	a
02.	b
03.	c
04.	d
05.	e
06.	d
07.	c
08.	a
09.	e
10.	a
11.	e
12.	c
13.	e
14.	d
15.	e
16.	b
17.	e
18.	a
19.	a
20.	a
21.	d
22.	e
23.	c
24.	c
25.	d
26.	a
27.	e
28.	d
29.	e
30.	c

31.	c
32.	a
33.	b
34.	e
35.	c
36.	a
37.	b
38.	a
39.	d
40.	c
41.	b
42.	e
43.	b
44.	e
45.	b
46.	a
47.	a
48.	b
49.	c
50.	a
51.	d
52.	a
53.	d
54.	a
55.	c
56.	d
57.	a
58.	a
59.	e
60.	b

Capítulo

13 CRIPTOARITMÉTICA

La criptoaritmética es un arte que desempeñó un importante papel en el desenvolvimiento de la Historia. La criptoaritmética no es más que un juego. No se sabe en qué época se inventó; pero los aficionados a las variedades comenzaron a interesarse por ellas en el Primer Congreso Internacional de Recreaciones Matemáticas, que se reunió en Bruselas en 1935.

Cripto viene del griego "*criptus*" que quiere decir oculto, escondido.

La criptoaritmética consiste en reemplazar las cifras por letras en la transcripción de una operación de aritmética clásica, de una ecuación. El problema consiste en hallar las cifras que están "bajo las letras". Para complicar las cosas, en ciertos sitios se puede marcar simplemente el lugar de una cifra con un punto o un asterisco. En el caso extremo, sólo quedan asteriscos.

Es fácil ver que la criptoaritmética es un procedimiento de cifrar por sustitución y que la clave es una regla matemática.

Los enunciados criptoaritméticos son, a veces, seductores. Sus soluciones no presentan dificultades matemáticas; pero en cambio exigen numerosísimas hipótesis y, en consecuencia, cálculos largos y trabajosos que implican grandes riesgos de confusión.

Por eso, se aconseja que se dediquen a este género de problemas sólo los lectores pacientes y minuciosos como ustedes, alumnos de Trilce.

El objetivo de la criptoaritmética es redescubrir las operaciones básicas de adición, sustracción, multiplicación, división, radicación y potenciación. En los problemas a tratar en este capítulo, se cumple que a letras iguales le corresponde cifras iguales y a letras diferentes, cifras diferentes. Cada letra, cada asterisco (*), representa una cifra.

Además, la suma de dos dígitos como máximo es 18, siempre y cuando los dígitos sean iguales (9 + 9) y 17 si es que los dígitos son diferentes (9 + 8).

Para que este tema sea más entendible, lo dividiremos de la siguiente manera :

ADICIÓN

Debemos recordar las siguientes reglas:

PAR + PAR = PAR
PAR + IMPAR = IMPAR
IMPAR + IMPAR = PAR

1. Después de reconstruir la siguiente suma : $\overline{SAL}+\overline{MAS}=\overline{ALLA}$ dar el valor de la suma de las cifras del resultado de: $\overline{MAS}+\overline{ALLA}$

   Resolución:

2. Si: $(a+b)^2=169$

   Calcular : $\overline{2abab5}+\overline{5baba2}$

   Resolución:

3. Si: $\overline{ROMA}+\overline{AMOR}=\overline{MMARM}$

   Hallar $\overline{OMAR}$ y dar como respuesta la suma de sus cifras.

   Resolución:

MULTIPLICACIÓN

Debemos tener en cuenta las siguientes reglas:

PAR × PAR = PAR
PAR × IMPAR = PAR
IMPAR × IMPAR = IMPAR

4. Hallar la suma de las cifras del producto:

```
      3 * ×
      * *
      ---
      * *
  * * 5
  -------
  * * * 8
```

Resolución:

```
     3 ○×   ➽ Multiplicando
    ○ ○     ➽ Multiplicador
    ○ ○
○ ○ 5       ➽ Productos Parciales
○ ○ ○ 8     ➽ Producto Final
```

5. Dada la siguiente multiplicación, hallar la suma de las cifras que reemplazan a los asteriscos en los productos parciales.

```
        * 1 * ×
        3 * 2
        -----
        * 3 *
    3 * 2 *
  * 2 * 5
  -----------
  1 * 8 * 3 0
```

Resolución:

6. Las letras representan las cifras de un número, que al multiplicarle por 4, resulta de invertir el orden de las cifras en el primitivo.

$$\overline{ROMPE} \times 4 = \overline{EPMOR}$$

Hallar: P + E + R + O

Resolución:

DIVISIÓN

7. En la siguiente división, hallar la suma de las cifras del dividendo:

```
2 * * * * | * *
* *         -------
---         * * 3 *
_ _ * *
    * 8
    ---
    _ * *
      5 *
      ---
      _ _
```

Resolución:

```
Dividendo                Divisor
2 ○ ○ ○ ○ | ○ ○
○ ○         ----------
---         ○ ○ 3 ○   Cociente
_ _ ○ ○
    ○ 8
    ---
    _ ○ ○
      5 ○
      ---
      _ _   Resto o residuo
```

8. Hallar la suma de las cifras del cociente.

```
* * * * | 7
* *       -------
---       2 * *
  * 3
  * *
  ---
    * 8
    * *
    ---
    _ _
```

Resolución:

9. Hallar la suma de las cifras del cociente si es el máximo posible:

```
3 * * * 9 | * 9
* 9         * * * *
– – * * *
    * 1 *
    – – *
```

Resolución:

RADICACIÓN

10. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras del radicando.

```
√2 * * 4 | * *
 * *
 – 2 * *
   * * *
   – – –
```

Resolución:

√‾‾ ➙ ***Signo radical:*** Operador matemático convencional que identifica la sexta operación aritmética

2 * * 4 ➙ Radicando

* * ➙ Raíz cuadrada

```
√ 2 ◯ ◯ 4 | ◯ ◯
  ◯ ◯
    2 ◯ ◯
    ◯ ◯ ◯
    – – –
```

11. Dar como respuesta la suma de las cifras del radicando.

```
√* * * * 6 | * * *
 *
 1 * *
 * 2 *
 – 1 * * *
   * 8 * *
   – – – –
```

Resolución:

POTENCIACIÓN

12. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras de:

$$Z + A + P + A + T + O$$

$$\left(\overline{ZOO}\right)^2 = \overline{TOPAZ}$$

Resolución:

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Sabiendo que a letras iguales le corresponden cifras iguales y además:

$$\overline{NE}+\overline{EN}=\overline{SOS}$$

Hallar: N + O + S + E

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

02. Sabiendo que: $\overline{SIN}+\overline{SIN}=\overline{NADA}$
Hallar: N + D + S + A

a) 20 b) 16 c) 17
d) 14 e) 15

03. Si:

```
  ___________
  1 a b c d e ×
            3
  -----------
  a b c d e 1
```

Halar : c + e + b + a + d + a

a) 28 b) 29 c) 30
d) 31 e) 32

04. Hallar la suma de las cifras del primer producto parcial.

```
     2 * * ×
       * 4
     -------
     * * *
   * 3 5
  ---------
   3 * * 0
```

a) 10 b) 12 c) 13
d) 14 e) 18

05. Reconstruir la división mostrada y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
2 * * 6 | * 3
* 3       * * *
–––
– * *
  7 *
  ---
  – 6 *
    * *
    ---
    – 1
```

a) 12 b) 13 c) 11
d) 10 e) 14

06. Reconstruir la división adjunta y dar como respuesta la suma de las cifras del dividendo, si el divisor es el menor posible.

```
3 * 4 * * | * *
* *         * * * *
---
– 8 *
  * *
  ---
  – – * *
      * 8
      ---
      – 8
```

a) 21 b) 22 c) 20
d) 23 e) 24

07. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras de la raíz.

```
√5 * * 5 | * *
 * *
 ---
 – 7 * *
   * * *
   -----
   – – –
```

a) 8 b) 13 c) 10
d) 9 e) 12

08. Después de reconstruir la siguiente operación, dar como respuesta la suma de las cifras de la raíz.

```
√* * * 8 * * | * * *
   9
   -
   * * *
   * 2 *
   -----
   – * * * *
       1 * * 4
       -------
       – 2 * 2
```

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 10

09. Si : $\overline{TRILCE}\times 99=....291403$ además a letras iguales les corresponden cifras iguales.
Calcular : L + E + T + I

a) 22 b) 17 c) 20
d) 18 e) 21

10. Sabiendo que :

```
R A D A R ×
        5
---------
C R A A C
```

Hallar la suma de las cifras de: $\overline{DRACA}$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

11. Si: $\overline{TRES}+\overline{DOS}=\overline{CINCO}$.
Además: N = 5 y R > D y que a letras iguales le corresponden cifras iguales.
Hallar: R + E + T + O + S

a) 30 b) 29 c) 31
d) 28 e) 32

12. De la siguiente operación, dar la suma de cifras del dividendo:

```
5 * * * | * *
* 8       * * 3
– * 3
  * *
  – 3 *
    * 6
    – 2
```

a) 20 b) 25 c) 22
d) 21 e) 19

13. Hallar el resultado final, si el multiplicador tiene 3 cifras iguales.

```
      * * * ×
      a a a
    * * * 0
  2 * 4 *
* 9 * *
* * * * * *
```

a) 361840 b) 426140
c) 326350 d) 326340
e) 316240

14. En la siguiente multiplicación, hallar la suma de las cifras del producto, si cada * representa una cifra.

```
  7 * * ×
    2 *
  * 6 * *
* * * 8
* * 1 * 0
```

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

15. Reconstruir la siguiente división y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente, si es el máximo posible.

```
* * 5 * * | * *
* * *       * * *
– – – * *
      6 0
      – 3
```

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

16. En este criptograma, todas las letras representan números primos, excepto P que vale 1.

```
            R O M P E ×
            P M O R E
          * * * * * *
        * * * * * *
      * * * * * *
    * * * * * *
  * * * * *
  * * * * * * * M E
```

Hallar: P + E + R + O + M

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 14

17. ¿Cuál es la suma de cifras del dividendo y el cociente en la siguiente división?

```
* 2 * 5 * | 3 2 5
* * *       1 * *
* 0 * *
* 9 * *
    * 5 *
    * 5 *
    – – –
```

a) 26 b) 27 c) 31
d) 36 e) 41

18. En la multiplicación, el producto total es:

```
    a a b b ×
        7 7
  * * * * *
* * * * *
* * * 0 4 1
```

a) 384941 b) 295041
c) 357041 d) 455041
e) 426041

19. Hallar la suma de las cifras del cociente.

```
3 * * * * | 2 6 2
* * *       * * *
* * 5 *
* * 4 *
  * * * *
  * * * 6
  – – – –
```

a) 13 b) 11 c) 12
d) 14 e) 15

20. Reconstruir la división y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
* * * * * * * * * | 9 7 3
* * *               * * * * * * *
– * * * *
 1 * * *
   * * * *
   * * * 9
   – – * * * *
       * * * 6
       – – * * *
           * * *
           – – –
```

a) 7 b) 9 c) 8
d) 6 e) 12

21. Si se cumple que:

$$\overline{APT} + \overline{MAT} = \overline{STOP}$$

Además $\overline{STOP}$ toma su máximo valor y O = cero.
Hallar : M + O + T + A + S

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

22. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras del radicando.

```
√* * * 5 * | * * *
 *         |
 * * *     |
 2 * *     |
 – 1 * * *
     * * 0 9
     – 3 * 9
```

a) 24 b) 25 c) 26
d) 27 e) 28

23. Sabiendo que a letras iguales le corresponden cifras iguales y además:

```
  O L I M +
    P I A
      D A
  R I E M A
```

Donde: M = 3 y L > P
Hallar:

R + O + M + M + E + L

a) 20 b) 24 c) 28
d) 26 e) 30

24. Reconstruir la división mostrada y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
2 * *        | 2 *
* *            * *, 5 *
– 1 * *
  * * *
  – 1 * *
      * *
      1 2
```

a) 8 b) 9 c) 10
d) 12 e) 11

25. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras del radicando.

```
√3 * * * * 9 | * * *
 * *         |
 – 7 * *     |
   * 3 *
     7 * * *
     * * * *
     – – – –
```

a) 25 b) 27 c) 30
d) 32 e) 21

26. Reconstruir la división mostrada y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
3 * * * * * 6 | * 6
* *             * * * 3 * *
– – * *
    * 4
    – * *
      * 8
      – * * *
        1 * *
        – 1 2
```

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

27. Hallar: a + b + c + d
Si:

$\overline{abcd} \times \overline{bd} = 43904$

$\overline{bc} \times \overline{bd} = 1184$

Donde letras iguales son dígitos iguales.

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

28. Hallar la suma de cifras del producto.

```
        * 5 * ×
        * * 3
     ----------
      * * * *
    * * * *
  * * 4
 --------------
  1 * 4 * 6 1
```

a) 18 b) 21 c) 24
d) 19 e) 20

29. Después de reconstruir la división mostrada, dé como respuesta la suma de las cifras del cociente en su parte decimal.

```
* *        | * 3
2 *          * , * *
-----
* 5 *
* * 8
-------
– * * *
  * * *
  -----
  – – 5
```

a) 10 b) 9 c) 11
d) 12 e) 13

30. Si cada letra representa un dígito en la división y además a letras iguales les corresponden dígitos iguales.
Hallar: 2p + 3q + 5r
En:

$$\begin{array}{r|l} \overline{pqq} & r \\ \underline{r} & \overline{pp} \\ \overline{pq} & \\ \underline{r} & \\ p & \end{array}$$

a) 38 b) 30 c) 47
d) 43 e) 49

31. Después de reconstruir la siguiente división, dar como respuesta la suma de las cifras del cociente, si el divisor es el menor posible.

```
3 * 4 * * | * *
* *         * * * *
---
– 8 *
  * *
  ---
  – – * *
      * 8
      ---
      – 8
```

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

32. Sabiendo que:

$$\overline{CHINE} + \overline{ASIE} = \overline{JAPON}$$

Además:

$\overline{AS}$ es un cubo perfecto.

$\overline{JA}$ y $\overline{JAP}$ son cuadrados perfectos.
Hallar:

J + E + S + I + C + A

a) 25 b) 26 c) 27
d) 28 e) 29

33. Reconstruir la operación y dar como respuesta la suma de las cifras que reemplazan a los asteriscos (*) en el radicando.

```
√4 * * * * 5 | * * *
 * *         |
 ---         |
   * * *
   4 * *
   -----
   – 6 * * *
     * * * *
     -------
     – – – –
```

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 15

34. Calcular la suma de cifras del cociente, en la siguiente división.

```
* * * * * * * | * *
* * *           * * 8 * *
-----
– – – * *
      * *
      ---
      – * * *
        * * *
        -----
        – – 1
```

a) 20 b) 21 c) 26
d) 30 e) 32

35. Después de reconstruir la división dar como respuesta la suma de todas las cifras que no sean 8.

```
8 * 8 * 8 | * *
* *         * 9 * 8
---
* 0 *
* * *
-----
– – 1 * *
    * 8 *
    -----
    – 1 4
```

a) 78 b) 80 c) 79
d) 81 e) 82

36. En la siguiente división, hallar la suma de las cifras del dividendo :

```
* * * 7 * | 2 *
* 3         1 * * *
– * * *
  * * *
  – – 3 *
      * *
      1 2
```

a) 25 b) 24 c) 23
d) 27 e) 26

37. Si:

$$\sqrt[A]{MARI} = A + 3$$

Hallar: M + A + R + I

a) 9 b) 6 c) 11
d) 8 e) 7

38. Reconstruir la siguiente división y dar como respuesta la suma de las cifras del dividendo.

```
* * 9 * * | * *
* *         4 * * 6
– – * *
    8 4
    – * *
      * 2
      1 1
```

a) 24 b) 25 c) 26
d) 27 e) 28

39. En la siguiente multiplicación, hallar la suma de las cifras del producto.

```
    7 * * ×
      4 *
  * 4 * *
* * 4 0
* * * 7 0
```

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

40. Reconstruir la siguiente división y dar como respuesta la suma de las cifras del dividendo.

```
* * * * | * *
8 *       * 1 *
– 2 *
  * 6
  – 8 *
    * *
    – 3
```

a) 17 b) 12 c) 14
d) 15 e) 16

41. Hallar la suma de las cifras de la raíz en:

```
√* * * * * * | * * *
 *
 * * *
 * * 5
 – * * * *
   * 1 * *
   – – – –
```

a) 10 b) 9 c) 11
d) 12 e) 13

42. Si:

$$\overline{SAM} = 5 \times S \times A \times M$$

Además:

$$\overline{...ASM} = \sqrt[M-1]{\overline{....TEM}}$$

Calcular:

M + A + T + E + S

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 30

43. Dada la siguiente división entera donde cada punto representa una cifra, la suma de cifras del divisor es igual a la suma de cifras del cociente e igual al residuo de la división. Halle la suma de cifras del dividendo.

```
* * * * * | * *
  * *     | * * *
    * * *
      * *
      – *
```

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

44. Calcular la suma de las cifras del dividendo en:

```
* * * * * | * *
* 7 7       * 7 *
– * 7 *
  * 7 *
  – – * *
      * *
      – –
```

a) 18 b) 19 c) 20
d) 21 e) 22

45. Sabiendo que:

$ABC = C^4$

$BCA = D^4$

Y que a letras iguales, cifras iguales.
Calcular el valor de: A+ B + C + D

a) 15 b) 14 c) 16
d) 17 e) 18

46. Hallar: x . y . z

```
x  y  x  y  x | y  x  x
*  *  *         1  1  x
--------
   9  0  *
   *  *  *
   --------
   z  z  9  *
   *  *  *  *
   -----------
   _  _  _  _
```

Si cada letra es un dígito y además a letras iguales dígitos iguales.

a) 90 b) 100 c) 120
d) 72 e) 36

47. Hallar la suma de las cifras del producto:

```
  Multiplicando ×
  Multiplicador
 ----------------
     3  4  *  7
  7  *  *  *
 ----------------
   P r o d u c t o
```

a) 23 b) 24 c) 20
d) 21 e) 18

48. Reconstruir la siguiente división y dar como respuesta la suma de las cifras del dividendo.

```
* * * * * *          | * * *
* * *                  * * * * , * * * *
-----
_ _ * * *
    * * *
    -----
    _ * * *
      * * *
      -----
        * * *
        * * *
        -----
        _ _ * * * *
            * * * *
            -------
            _ _ _ _
```

a) 28 b) 29 c) 30
d) 32 e) 27

49. Sabiendo que:

$$\left(\overline{ABC}\right)^2 = \overline{*AC*BC}$$

Con la diferencia de que $\overline{ABC}$ es un número primo.

Calcular: $\overline{AB} + \overline{CB}$

a) 56 b) 70 c) 60
d) 48 e) 37

50. De viaje, lejos de su oficina, un comerciante inglés advierte que necesitará más dinero para cumplir con su proyectada gira. Escribe por tanto a su socio un escueto mensaje que dice : "Send More Money" (manda más dinero). Pero como no desea que nadie se entere de la cantidad que solicita, dispone su texto según el código que sólo su socio conoce:

```
    S  E  N  D +
    M  O  R  E
 ---------------
 M  O  N  E  Y
```

Se trata de sustituir cada letra por una determinada cifra. ¿Qué cantidad de dinero ha solicitado?

a) 10265 b) 12678
c) 13547 d) 10562
e) 10652

51. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta el resultado de:

$$A^2 + 3A + 4$$

```
√ *  *  *  *  *  A | A  A  *
  *  *             |-----------
  -----            |
  *  *  *  *       |
  *  *  *  *
  -----------
     *  *  *  *  A
     *  *  *  *  *
     --------------
     _  _  _  _  _
```

a) 58 b) 74 c) 92
d) 112 e) 106

52. Si: $\overline{ROMCHI} \times 6 = \overline{CHIROM}$ (O $\neq$ cero)
Calcular:

$$\frac{C + H + I}{O + M - R}$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 1 e) 6

53. En la siguiente multiplicación, todas las cifras desaparecidas son primos. (Cada * es una cifra). Hallar la suma de las cifras del producto.

```
      * * *
        * *
    -------
    * * * *
  * * * *
  ---------
  * * * * *
```

a) 24 b) 23 c) 20
d) 25 e) 22

54. Completar la división mostrada y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
5 * * * * * * * * | * * *
                    -------------
* * *               * * * * * * *
-----
– – * * * *
    * * *
    -----
    – – – 5 * *
          * * *
          -----
          * 5 * *
          * * * *
          -------
          – – – –
```

a) 17 b) 18 c) 19
d) 20 e) 21

55. En la siguiente división, cada cifra sustituye a otras diferentes, tratándose de reconstruir las cifras originales.

```
6 5 4 4 7 | 8 7
            -----
6 4 7       7 3 7
-----
  2 2 4
  2 6 1
  -----
    6 4 7
    6 4 7
    -----
    – – –
```

Dar como respuesta la suma de las cifras del dividendo.

a) 26 b) 27 c) 28
d) 29 e) 30

56. Sustituir los * por los dígitos precisos para que realizando las 2 multiplicaciones obtengamos el resultado anunciado.

```
    * * * * * * * * * * * * * * * *  ×
                                * *
-----------------------------------
* * * * * * * * * * * * * * * * * *  ×
                                  *
-----------------------------------
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
```

Dar como respuesta la suma de cifras del primer multiplicando.

a) 73 b) 91 c) 82
d) 93 e) 94

57. Reconstruir la siguiente multiplicación y dar como respuesta la suma de las cifras del producto.

```
        * * 3 * ×
          * * 3
        -------
        3 * * *
    * * * 3 3
  * * * *
  -------------
  * * * * * * *
```

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

58. Reconstruir la siguiente operación y dar como respuesta la suma de las cifras del radicando.

```
√* * * * * * * * | * * * *
   *             |
  ---            |
   * * *         |
     * *         |
   -----         |
     * * * *     |
     * * * *     |
     -------
       * * * * *
       * * * 3 *
       ---------
       – – – – –
```

a) 16 b) 17 c) 18
d) 19 e) 20

59. Si: $\left(\overline{EAU}\right)^2 = \overline{OCEAN}$

Calcular el valor de: $\overline{UN} + \overline{OCEANO}$

a) 424789 b) 412133
c) 516768 d) 325436
e) 728632

60. Reconstruir la siguiente división y dar como respuesta la suma de las cifras del cociente.

```
* * * * * * * * | * * *
                  ---------
* * * *           * 7 * * *
-------
    * * *
    * * *
    -----
    * * * *
      * * *
    -------
        * * * *
        * * * *
        -------
        – – – –
```

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

Claves

01.	e	31.	d
02.	c	32.	d
03.	c	33.	c
04.	c	34.	c
05.	a	35.	d
06.	c	36.	e
07.	e	37.	e
08.	c	38.	c
09.	a	39.	c
10.	d	40.	a
11.	a	41.	c
12.	a	42.	b
13.	d	43.	c
14.	a	44.	b
15.	d	45.	d
16.	c	46.	a
17.	b	47.	a
18.	e	48.	c
19.	a	49.	b
20.	b	50.	e
21.	c	51.	d
22.	c	52.	b
23.	c	53.	a
24.	c	54.	b
25.	b	55.	d
26.	d	56.	a
27.	a	57.	e
28.	b	58.	d
29.	c	59.	b
30.	c	60.	d

Capítulo

14 OPERACIONES MATEMÁTICAS

OPERACIÓN MATEMÁTICA

Es un proceso que consiste en la transformación de una o más cantidades en otra llamada resultado, bajo ciertas reglas o condiciones en la cual se define la operación. Toda operación matemática presenta una regla de definición y un símbolo que la identifica llamado operador matemático.

OPERADOR MATEMÁTICO

Es aquel símbolo que representa a una operación matemática. Nos permite reconocer a la operación matemática a realizar con su respectiva regla de definición:

Operación Matemática	Operador Matemático
Adición	$+$
Sustracción	$-$
Multiplicación	$\times$
División	$\div$
Radicación	$\sqrt{\ }$
Valor absoluto	$\|\ \|$
Sumatoria	Σ
Productoria	|P|
Máximo entero	[ ]
Límites	Lim
Integración	$\int$
⋮	⋮

Las operaciones matemáticas arriba mencionadas son conocidas universalmente.
En el presente capítulo lo que hacemos es definir operaciones matemáticas con operadores y reglas de definición elegidos de forma arbitraria.
El operador matemático puede ser cualquier símbolo (incluso figuras geométricas).

Ejemplo: * ; # ; Δ ; ◯ ; θ ; ψ ; □ ; ....

Las reglas de operación se basan en las operaciones matemáticas ya definidas, veamos los siguientes ejemplos:

$$a\ \theta\ b = \underbrace{3a^2 - 2b + 5}$$

Operador Matemático (θ) — Regla de definición ($3a^2 - 2b + 5$)

REPRESENTACIÓN DE UNA OPERACIÓN MATEMÁTICA:

Una operación matemática se puede representar con una regla de definición, mediante una fórmula o una tabla de doble entrada.

A. MEDIANTE FÓRMULA:

En este caso, la regla de definición está representada por una fórmula, en la cual solamente hay que reconocer los elementos y reemplazarlos en la regla de definición para obtener el resultado buscado.
El reemplazo del valor numérico de los elementos en la regla de definición puede ser un reemplazo directo (como en el ejemplo 1), o puede ser un problema que primero hay que darle forma al valor numérico que nos piden para luego

recién reconocer los elementos y reemplazar en la regla de definición.

Ejemplos:

1. Se define la nueva operación matemática en R mediante el operador Δ como:

$$a \,\Delta\, b = \frac{a^3 + 2b^2}{8b - 3a}$$

Calcular: $E = 3 \,\Delta\, 2$

2. Se define en el conjunto de los números naturales.

$$2a \# 3b = a^3 + b^2$$

Calcular: $E = 4 \# 9$

3. Si se sabe que: $\textcircled{x} = 2x + 1$

Además: $\boxed{x + 2} = 3\,\textcircled{x-1}$

Calcular : $\boxed{3} + \boxed{2}$

4. Si: $\textcircled{x} + \textcircled{x+1} + \textcircled{x+2} = 30$

Además: $\textcircled{0} = 7$

Calcular: $\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \ldots\ldots + \textcircled{11}$

5. Se define: $\triangle\!(x-1) = 3x+1$

Además: $\triangle\!(\textcircled{x}) = 9x-2$

Calcular: $\triangle\!(\textcircled{2} + \textcircled{1})$

B. MEDIANTE UNA TABLA DE DOBLE ENTRADA:

Para este caso, tenemos:

Fila de entrada: a b c d (fila superior); Columna de entrada: a, b, c, d (columna izquierda)

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

b * c = ... , d * b = ...

Ejemplo : En el conjunto:

A = {1 ; 2 ; 3 ; 4} se define:

*	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Calcular: $E = \dfrac{(1*2)*(2*4)}{(3*3)*(4*1)}$

PRINCIPALES PROPIEDADES DE UNA OPERACIÓN MATEMÁTICA:

Se define en el conjunto "A" una operación representada mediante el operador *.

I. CLAUSURA:

$$\boxed{\forall\, a, b \in A \Rightarrow a * b \in A}$$

Se toma un par de elementos del conjunto A y se realiza con ellos la operación definida. Si el resultado de dicha operación pertenece al conjunto A, entonces se dice que la operación cumple la propiedad de clausura o también que la operación es cerrada en el conjunto A.

Ejemplos:

1. Se define en N: $a * b = 2a^2 + b$

Análisis: a y b son N

Entonces:

$$N * N = 2(N)^2 + N$$
$$N * N = N + N$$
$$N * N = N$$

Se observa que, para todo número natural, el resultado es un número natural.

Por lo tanto, la operación $(*)$ es cerrada en N.

EN TABLAS:

2. Se define en el conjunto: A = {a , b , c , d}

*	a	b	c	d
a	d	a	b	c
b	a	b	c	d
c	b	c	d	a
d	c	d	a	b

¿Cumple con la propiedad de clausura?

3. Se define en el conjunto: A = {a , b , c , d}

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	e
c	c	d	a	b
d	e	a	b	c

¿Cumple con la propiedad de clausura?

II. CONMUTATIVA:

$$\forall\ a, b \in A \Rightarrow a * b = b * a$$

El orden de los elementos en la operación no altera el resultado.

Ejemplos:

1. En N se define la adición : 5 + 8 = 8 + 5
$\Rightarrow$ la adición es conmutativa en N.

2. En N se define la sustracción : $6 - 9 \neq 9 - 6$
$\Rightarrow$ la sustracción no es conmutativa en N.

EN TABLAS

3. ¿La siguiente operación en la tabla es conmutativa?

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

CRITERIOS DE LA DIAGONAL

1. Se ordena la fila y la columna de entrada. En el mismo orden y a partir del vértice del operador.
2. Se traza la diagonal principal (desde el vértice del operador).
3. Se verifica que a ambos lados de la diagonal y en forma simétrica queden elementos iguales.
4. Si en todos los casos los elementos son iguales, la operación es conmutativa.
5. Si al menos en un caso uno de los elementos es diferente, la operación ***no*** es conmutativa.

Ejemplo:

1. ¿La siguiente operación en la tabla es conmutativa?

*	1	2	3	4
2	3	4	1	2
4	1	2	3	4
1	2	3	4	1
3	4	1	2	3

III. ELEMENTO NEUTRO (e):

$$\exists\ e \in A\ /\ \forall a \Rightarrow a * e = e * a = a$$

e : elemento neutro

i) En la adición, el elemento neutro es el cero (0)

ii) En la multiplicación el elemento neutro es el uno (1)

$a \times 1 = a \qquad a = a$

Ejemplos:

1. Se define en el conjunto de los Z^{+} el operador " $*$ "

$a * b = a + b + 3$

Calcular: el elemento neutro.

EN TABLAS:

2. En la siguiente tabla, hallar el elemento neutro.

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$\Rightarrow e =$

CRITERIO:

1. Se verifica que la operación sea conmutativa.

2. En el cuerpo de la tabla se buscan: una fila igual a la fila de entrada y una columna igual a la columna de entrada. Donde se intersecten, se encontrará el elemento neutro "e".

IV. ELEMENTO INVERSO:

$$a \in A\ ,\ \exists a^{-1}\ /\ a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

Ejemplos:

Se define en R: $a * b = a + b - 2$

Calcular: 3^{-1} ; 4^{-1} ; 6^{-1}

Obs: $a^{-1} =$ elemento inverso de "a"

OBSERVACIÓN IMPORTANTE

1. Se verifica que la operación sea conmutativa.
2. Se busca el elemento neutro "e".
3. Aplicamos la teoría del elemento inverso.

Resolución:
Verificando si es conmutativa.
Calculando "e"

$$\boxed{a * e = a}$$

Calculando "a^{-1}"

$$\boxed{a * e^{-1} = e}$$

EN TABLAS

2. En la siguiente tabla:

*	1	3	5	7
1	3	5	7	1
3	5	7	1	3
5	7	1	3	5
7	1	3	5	7

Hallar: $E = \left[(3 * 5^{-1}) * (1^{-1} * 7)^{-1}\right] * 7^{-1}$

Obs: $a^{-1} =$ elemento inverso de "a"

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si: $a * b = a(a - b)$

Calcular: $(2*1)*(4*3)$

a) 4 b) – 4 c) 2
d) – 2 e) 3

02. Dado:

$$m \Delta n = m^2 - mn$$
$$a \, O \, b = ab - b^2$$

Evaluar : $(4 \Delta 2) \, O \, (1 \Delta -2)$

a) 18 b) 15 c) 8
d) 24 e) 10

03. Si: $\frac{a}{3} \Delta \frac{b}{4} = ab + a + b$

Calcular : $2 \Delta 5$

a) 120 b) 146 c) 113
d) 110 e) 88

04. Si: $m * n = \frac{m^2}{2} + 3$

Calcular : $E = \underbrace{4*(5*(6*.....))}_{2002 \text{ operadores}}$

a) 2002 b) 2200 c) 120
d) 11 e) 1100

05. Dada la siguiente tabla:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Calcular : $A = (4*3)*(2*1)$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 4 ó 2

06. Dada la siguiente tabla:

*	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

Hallar "x" en:

$$[(x*b)*c]*(d*d) = (a*c)*b$$

a) b b) c c) a
d) d e) a ó b

07. Si :

$\boxed{P}\boxed{H} = \frac{P+H+15}{2}$

$\boxed{3}\boxed{x} = 14$

Calcular:

$\boxed{x^2}\boxed{5}$

a) 125 b) 120 c) 205
d) 81 e) 60

08. Si: $x \Delta y = \frac{x+y}{x-y}$

Calcular: $\frac{-2 \Delta 4}{8 \Delta 2}$

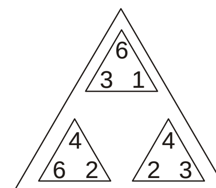
a) $-\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{5}$ e) $-\frac{1}{2}$

09. Si:

$\triangle(b;\ a\ c) = \frac{\overline{ab} - abc}{2}$

Calcular:



a) 40 b) 44,5 c) 45
d) 43 e) 48

10. Si:

$\text{(m)} = \frac{m+5}{2}$; si "m" es impar

$\text{(m)} = \frac{m+4}{2}$; si "m" es par

Hallar : ((7)) – ((6))

a) 1 b) – 1 c) 0
d) 2 e) 3

11. Si:

$\triangle(x - 8) = 3x + 1$

$\bigcirc\,(x + 3) = 12 - 2x$

Calcular: $\triangle 6 + \bigcirc 7$

a) 47 b) 40 c) 52
d) 39 e) 42

12. Si:

$a^{*} = \dfrac{a+2}{a-1}$

$b^{\Delta} = \dfrac{b^{2}-1}{b}$

$c^{\square} = (c-1)^{2}$

Calcular:

$$\left(\left(2^{*}\right)^{\Delta}\right)^{\square}$$

a) $\dfrac{95}{5}$ b) $\dfrac{121}{6}$ c) $\dfrac{81}{6}$

d) $\dfrac{105}{14}$ e) $\dfrac{121}{16}$

13. Si:

$$\boxed{x \mid y} = 3\left(\frac{1}{x}\right)^{-1} - 2\left(\frac{1}{y}\right)^{-1}$$

Calcular:

$$\boxed{\boxed{4 \mid 2} \mid \boxed{5 \mid 3}}$$

a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 9

14. Si:

$a \# b = a^{2} - 1 \;;\; (a > b)$

$a \# b = b^{2} - a \;;\; (b > a)$

Calcular :

$$5 \# (\sqrt{4 \# \sqrt{17}})$$

a) 24 b) 13 c) 16
d) 21 e) 18

15. Se define " Δ " como:

$$\triangle a = (a - 1)^{2}$$

Hallar "x" en:

$$\triangle\triangle\triangle x = 64$$

Si: $x \in Z^{+}$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 1 e) 5

16. Si: $\triangle x = \triangle (x-2) + 8$

Además : $\triangle 1 = 2$

Calcular:

$$M = \triangle 7 + \triangle 9$$

a) 70 b) 55 c) 35
d) 60 e) 50

17. Sabiendo que:

$$\triangle x = (x-1)^{2} + m$$

Efectuar:

$$E = \frac{\triangle x - \triangle (x+2)}{x}$$

a) m b) m + 4 c) – 4
d) 4 e) – m

18. Si:

$$P_{\left(\frac{x}{y}\right)} = P_{(x)} - P_{(y)}$$

Calcular: $\dfrac{P_{(4)}}{P_{(2)}}$

a) 1 b) – 1 c) 2

d) – 2 e) $\dfrac{1}{2}$

19. Si: $m \Rightarrow n = (m+n)(m \Leftrightarrow n)$

Además: $(m+n) \Leftrightarrow n = 2m + n$

Hallar: $3 \Rightarrow 2$

a) 20 b) 24 c) 18
d) 30 e) 21

20. Calcular:

$$E = \sqrt{4 * \sqrt{4 * \sqrt{4 * ....}}}$$

Si : $m * n = (2n)^{2} - 3m$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

21. Si:

$\bigcirc x = x^{2} - 1$

$\bigcirc\!\triangle\, x = x(x + 2)$

Calcular:

$$\left(\triangle 3 + \text{②}\right)^2$$

a) 64 b) 49 c) 81
d) 36 e) 25

22. Sabiendo que:

$$M\overline{\rfloor N} = P \Leftrightarrow M = N^P$$

Hallar "x" en :

$$3^{x+1}\overline{\rfloor a} = 2\left(3^{x-1}\overline{\rfloor a}\right)$$

a) – 3 b) 3 c) $\frac{1}{3}$
d) 4 e) 2

23. Si:

$$\boxed{\boxed{x}} = 64x - 63$$

Hallar : $\boxed{-2}$

a) – 2 b) – 7 c) – 11
d) – 10 e) – 9

24. Si:

$$\boxed{n} = 2 + 4 + 6 + 8 + ... + n$$

Calcular "x" en:

$$\boxed{\boxed{3x-11}} = 42$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) $\frac{1}{3}$ e) 5

25. Si:

$$\boxed{x \mid 0} = 2$$

$$\boxed{x \mid 1} = 3$$

Y la relación general es :

$$\boxed{x \mid n+1} = 3\boxed{x \mid n} - 2\boxed{x \mid n-1}$$

Además: n > 0

Calcular: $\boxed{x \mid 4}$

a) 17 b) 10 c) 27
d) 11 e) 12

26. Se define:

$$a * b = 2a\sqrt{b * a}$$

Entonces el valor de (1 * 27), es:

a) 24 b) 81 c) 36
d) 48 e) 72

27. Se define:

$$a^b \otimes b^a = \frac{b+a}{a-b}$$

Calcule : $[(9 \otimes 8) \otimes 1] \otimes 1$

a) 3 b) 2 c) 4
d) 5 e) 9

28. Si: $\boxed{x} = 1 - \frac{1}{x^2}$

Calcule:

$$M = \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{6} \times .... \times \boxed{n}$$

a) $\frac{3n}{n+1}$ b) $\frac{2n}{3(n+1)}$ c) 4n
d) $\frac{2(n+1)}{3n}$ e) $\frac{n(n+1)}{2}$

29. Si: $\triangle 2^x = x^2$

Además $\triangle 16^m = 256$

Calcule: $\triangle 2m^{2m}$

a) 17 b) 16 c) 256
d) 289 e) 10

30. Dado que:

$$a \,\Delta\, b = \sqrt{\frac{a*b}{a-b}} \quad ; \quad a \neq b$$

$$m * n = m + 2n$$

Hallar el valor de:

$$E = \frac{8 \,\Delta\, 4}{2 \,\Delta\, 1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 7

31. Si:

$$\boxed{\begin{matrix} n+1 \\ n-1 \end{matrix}} = n$$

Calcular:

$$\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} \times .... \times \boxed{99}$$

a) 25 b) 30 c) 45
d) 90 e) 50

32. Si:

$$\boxed{x} = x^2 + 2x$$

Calcular "x" en:

$$\boxed{\boxed{\boxed{x+2}}} = 99999999$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

33. Se define:

$$\boxed{x} = (x-6)^{x+1}$$ (x encerrado en círculo)

Calcular:

$$A = \left(\left(\left(\left(①^{②}\right)^{③}\right)^{④}\right)^{\cdots}\right)^{⑩⓪}$$

a) 0 b) 1 c) 25
d) 3 e) 12581

34. Si:

$$\triangle(2x+3) = \triangle(x-1) + x^2 - 2x + 7$$

Calcular: $\triangle 3$

Sabiendo que: $\triangle(-5) = 3$

a) 10 b) 21 c) 20
d) 34 e) 40

35. Si: $a * b = 2a + b - 3(b * a)$
Calcule : $(8 * 16)$

a) 10 b) 15 c) 23
d) 25 e) 11

36. Si se cumple que:

$$x^{(x \Delta y)} = y^{(y-x)} \; ; \; \forall x, y \; ; \; x \neq y$$

Calcule el valor de:

$$R = \frac{(2 \Delta 5)(5 \Delta 2)}{(99 \Delta 100)(100 \Delta 99)}$$

a) – 6 b) 6 c) 9
d) – 9 e) 15

37. Si:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{*} = \frac{\overbrace{a(a-1)(a-2)....}^{b \text{ términos}}}{b(b-1)(b-2)}$$

Calcular:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{*} + \left(\frac{7}{3}\right)^{*}$$

a) 35 b) 40 c) 45
d) 30 e) 47

38. Si se cumple que:

$$\boxed{a^2}^{\sqrt{b}} = \left(a^6\right) \cdot \left(\sqrt[6]{b}\right)$$

Calcular:

$$\boxed{\boxed{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}^{64}}^{27}$$

a) 24 b) 4 c) 16
d) 9 e) 8

39. Si: $\boxed{x-2} = 2^x$
Calcular el valor de:

$$M = \left(\frac{\boxed{x}}{\boxed{x-2}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt[4]{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{6}$ e) $\sqrt{2}$

40. Sabiendo que:

$$a \# b = \frac{ab}{2} \; ; \; m * n = \frac{m-n}{2}$$

Además: $x^{ⓨ} = \underbrace{(x \# x \# x \# ......)}_{\text{"y" operadores}}$

Calcular: $\left(4^{②} * 2^{③}\right) + 3$

a) 5 b) 4 c) $\frac{10}{4}$
d) 10 e) 11

41. Sabiendo:

$$a \# b = 26a - 25b$$

Calcular:

$$M = (1\#2)\ (3\#4)\ (5\#6)\ ...\ (49\#50)$$

a) 1 b) 0 c) 50
d) 49 e) 25

42. Se define el operador # en el conjunto:
A = {m , n , r , s} de acuerdo a la tabla adjunta.

#	m	n	r	s
m	m	s	m	r
n	s	r	n	m
r	m	n	r	s
s	r	m	s	n

De las afirmaciones:
I. El operador # es una ley de composición interna.
II. El operador # es conmutativo.
III. El elemento neutro respecto de # es (s).
IV. El inverso de (s) es n.

Son verdaderas:

a) I b) I y III c) I y II
d) IV e) Todas

43. En el conjunto de los números reales R, se define $*$ mediante: $a * b = a + b + 1$
de las afirmaciones:

I. $\sqrt{16} * 1 = 5$
II. El elemento neutro es cero.
III. El operador $*$ no es asociativo.
IV. El operador $*$ es conmutativo.
Son ciertas :

a) I b) III y IV c) II y III
d) IV e) Todas

44. En el conjunto de los números reales R se define el operador Δ según: $a \, \Delta \, b = 0$.
¿Qué propiedad verifica Δ ?

a) La operación Δ no es asociativa.
b) La operación Δ no es conmutativa.
c) Existe elemento neutro.
d) No existe neutro.
e) Para cada elemento existe su inverso.

45. Se define: $a * b = a + b - 2$
Calcular:

$$E = (1^{-1} * 3)^{-1} * (3^{-1} * 6)^{-1}$$

(a^{-1} es el elemento inverso de a)

a) 3 b) – 3 c) 2
d) – 2 e) 0

46. Dada la tabla:

$*$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Calcular:

$$R = \left[\left(4^{-1} * 3^{-1} \right)^{-1} * 2^{-1} \right]^{-1}$$

Donde: m^{-1} es el inverso de m.

a) 1 b) 2 c) 0
d) 3 e) 4

47. Si: $\boxed{x} = 4x - 5$
Además: $\boxed{a * b} = 4(a + b) + 3$
(a^{-1} es el inverso de a)

Calcular:

$$S = \left(3^{-1} * 4^{-1} \right)^{-1} * \left(\boxed{3}^{-1} * \boxed{2}^{-1} \right)^{-1}$$

a) 16 b) 14 c) 23
d) 10 e) 22

48. En el conjunto de los números racionales Q, se define el operador $*$ tal que:
$$a * b = 3ab$$
El elemento neutro (e) respecto de $*$ es:

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{5}$

49. En el conjunto B = {1 ; 2}, se define la operación $*$ de acuerdo a la tabla adjunta.

$*$	1	2
1	2	2
2	1	2

Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. La operación es cerrada.
II. La operación es asociativa.
III. $1 * (2 * 1) = 2$

a) VVV b) VFV c) VFF
d) FVV e) FVF

50. En el conjunto B = {0 ; 1 ; 2 ; 3}, se define el operador $*$ mediante la tabla adjunta.

$*$	0	1	2	3
0	0	p	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	q	r	3

donde a^{-1}: elemento inverso de "a".
Sabiendo que $*$ es conmutativo.
Calcular:

$$L = p^{-1} + 1^{-1} + q^{-1}$$

a) 1 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

51. El operador $*$ está definido mediante la tabla:

$*$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

Hallar el valor de "x" en la ecuación:

$$\left[(2^{-1}*3)^{-1}*x\right]*\left[(4^{-1}*2)*3\right]^{-1}=3$$

donde a^{-1} : elemento inverso de "a".

a) 3 b) 4 c) 2
d) 1 e) 1 ó 2

52. Definida la operación $m*n = m-3+n$ en el conjunto de los números reales R.

Calcular: $L=\left(1^{-1}*2\right)*3^{-1}$

donde a^{-1}: elemento inverso de "a".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

53. Definida la operación $a \# b = a + b + 6$ en el conjunto R. Hallar el inverso de 4.

a) – 8 b) – 12 c) – 16
d) – 10 e) 9

54. En R, se define la operación:

$$m*n=2^{mn}$$

I. La operación es cerrada.
II. La operación es conmutativa.
III. El elemento neutro es 1.
Son ciertas:

a) Sólo I b) Sólo II
c) I y II d) I , II y III
e) Todas

55. Definido el operador $*$, en el conjunto de los números reales R, mediante:

$$a*b=\frac{2a+b}{2}$$

Hallar el elemento neutro respecto del operador $*$.

a) 0 b) 1 c) 2
d) – 1 e) No existe

56. Si a y b son números enteros, definimos la operación "asterisco" en la forma siguiente: $a*b = 2a + 3b$, donde el signo + representa adición.
I. $3*4 = 18$
II. $a*b = b*a$, cuando ***a*** no es igual a ***b***.
III. $3(2*4) = (3*2)*4$

a) Sólo I es correcta.
b) Sólo II es correcta.
c) Sólo III es correcta.
d) Sólo I y II es correcta.
e) Sólo I y III es correcta.

57. En el conjunto : A = {s ; o ; f ; i ; a}, se define la operación $*$ según la tabla adjunta.

*	s	o	f	i	a
s	s	o	f	i	a
o	o	f	i	a	s
f	i	a	s	o	f
i	f	i	a	s	o
a	a	s	o	f	i

De las afirmaciones :
I. La operación $*$ es conmutativa.
II. La operación $*$ es cerrada.
III. Existe un elemento neutro.
Son verdaderas:

a) Sólo I b) Sólo II
c) I , II y III d) Sólo III
e) Todas

58. En A = {1 ; 2 ; 3 ; 4} se define la operación $*$ mediante la tabla adjunta.

*	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	4	1	1
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4

Indique la afirmación falsa:

a) Existe un elemento neutro para esta operación.
b) La operación es conmutativa.
c) Todo elemento de A tiene un inverso respecto de $*$.
d) Si $(4*1)*x = 3$; entonces $x = 2$.
e) $(2*3)*(3*(4*1)) = 4$

59. Si % es un operador tal que: x % y

$$x\%y=\begin{cases} y \ , \ si\ x\le y \\ x \ , \ si\ x>y \end{cases}$$

Calcule:

$$(3\%4+9\%7+2\%2)\div(0\%2)$$

a) 3 b) 4 c) 12
d) $\frac{15}{2}$ e) 11

60. En R se define la operación $*$ como:
$a*b = a + b + 3$
Indique la Verdad (V) o Falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. La operación es conmutativa.
II. La operación es asociativa.
III. $a*(1-a) = 3$

a) VVF b) VFF c) FVF
d) FFV e) FFF

Claves

01.	b		31.	e
02.	b		32.	b
03.	b		33.	b
04.	d		34.	d
05.	a		35.	e
06.	c		36.	c
07.	e		37.	b
08.	c		38.	a
09.	b		39.	e
10.	c		40.	d
11.	a		41.	b
12.	e		42.	c
13.	a		43.	b
14.	a		44.	d
15.	b		45.	b
16.	d		46.	a
17.	c		47.	c
18.	c		48.	c
19.	a		49.	b
20.	b		50.	c
21.	a		51.	b
22.	b		52.	d
23.	c		53.	c
24.	e		54.	c
25.	a		55.	e
26.	c		56.	a
27.	d		57.	b
28.	d		58.	e
29.	d		59.	d
30.	a		60.	a

Capítulo

15

CERTEZAS - MÁXIMOS Y MÍNIMOS

CERTEZAS

INTRODUCCIÓN

En una competencia de habilidad mental, se presentaron 3 concursantes : Juan Carlos, Martha y Gari.

La competencia consistía en indicar cuántas veces como mínimo habría que extraer una bola para tener la seguridad de contar por lo menos con una bola roja sabiendo que en la bolsa habían 10 bolas rojas, 7 negras y 8 verdes.

* ***Juan Carlos :*** Niño hábil e inteligente, contestó rápidamente sin pensar 1. Pues dijo que con suerte la primera bola extraída puede ser roja.

* ***Martha :*** Niña seria y metódica, contestó 3; pues dijo que la primera y segunda pueden ser de colores distintos y la tercera ya puede ser roja.

* ***Gari :*** El más gordito de los tres, pícaro, pero no menos inteligente, contestó 16; a lo que los otros concursantes se rieron; pero Gari les dijo que si suponía que primero salieran las bolas de colores diferentes al rojo estas serían 15 y que después con toda seguridad la siguiente sería roja.

¿Quién cree Ud, que tenía la razón y ganó el concurso?

Ejemplo 1

En una urna depositamos 8 esferas blancas, 7 rojas y 9 azules. Cuantas esferas habrá que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber extraído ...

a) Un par del mismo color.

b) Por lo menos uno de cada color.

c) Tres azules.

d) Un color por completo.

e) Una azul y tres rojas.

Ejemplo 2

Se tiene una baraja de naipes (52 naipes, 13 de cada palo). ¿Cuántas cartas se deberán extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber extraído ...

a) .... un naipe de color rojo?

b) .... dos naipes de diamantes?

c) .... tres naipes de espadas?

d) .... dos diamantes y tres corazones?

e) .... una espada y cuatro tréboles?

Ejemplo 3

En una caja depositamos 50 esferas, numeradas del 1 al 50. ¿Cuántas esferas habrá que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber sacado ...

a) ... una esfera con numeración par?

b) ... una esfera que utilice la cifra 5 en su numeración?

c) .... dos esferas cuya numeración estén comprendidas entre 30 y 40?

d) .... tres esferas múltiplos de 6?

e) .... una esfera cuya numeración no sea mayor que 10?

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

INTRODUCCIÓN

Luis le dice a Mathías : "En el bolsillo de mi pantalón hay 20 monedas de un sol y 10 monedas de 5 soles".
Ve y extrae monedas de él, hasta que salga una moneda diferente a la que extraíste anteriormente y el dinero que salga será para ti.

* ¿Cuál es la mínima cantidad de dinero que puede tener Mathías?
* ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero que puede tener Mathías?

Muchas veces un ejercicio puede tener, según los datos planteados, varias respuestas en un rango de valores, lo cual puede llevar a pedir una solución máxima o una mínima.

Problemas de pesos y costos

1. Si un kilo de naranja contiene desde 4 hasta 8 naranjas, ¿Cuál es el mayor peso que puede tener 4 docenas de naranjas?

   Resolución:

2. Si una bolsa de caramelos contiene desde 50 hasta 60 caramelos, ¿Cuál es la menor cantidad de bolsas que debo adquirir, si deseo comprar 600 caramelos?

   Resolución:

Nota importante:

Ganancia = Precio de venta – Precio de costo

En la relación anterior:

* Los valores máximo y mínimos de ganancia se obtienen:

Ganancia máxima = Precio de venta máximo – Precio de costo mínimo

Ganancia mínima = Precio de venta mínimo – Precio de costo máximo

3. Se compran libros que cuestan desde S/. 10 hasta S/. 20 c/u, y se venden a precios que varían desde S/. 25 hasta S/. 35. Si se venden 10 libros, ¿Cuál es la ganancia máxima? ¿Cuál es la ganancia mínima?

   Resolución:

Problemas de operaciones aritméticas

1. El número 143 se divide en 2 números de dos dígitos cada uno. Si uno de ellos es el menor posible, ¿Cuál es éste?

   Resolución:

2. Un banco tiene 7 sucursales en una ciudad y hay 70 empleados en ellas. Si ninguna oficina tiene menos de 8 empleados, ni más de 14, ¿Cuál es el menor número de empleados que puede haber en 6 oficinas?

   Resolución:

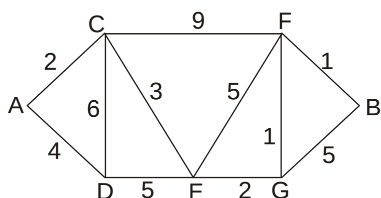
3. Si "A" tiene un valor entre 4 y 5; y "B" tiene un valor entero entre 20 y 40, ¿entre qué valores estará $\frac{B}{A}$?

Resolución:

Problemas diversos

Ejemplo de caminos:

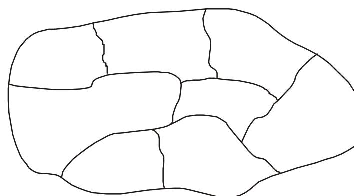
La figura muestra una red de caminos mediante la cual se desea ir de a "A" a "B" con no más de 3 paradas intermedias en otras ciudades. Si los números representan los días que demora ir de una ciudad a otra, ¿Cuál es el menor número de días que tomará ir de "A" a "B?



Resolución:

Ejemplo de coloración de mapas:

Pili desea pintar el siguiente mapa de modo que no existan 2 zonas contiguas (con un lado común) del mismo color, ¿Cuál es el menor número de colores que ella deberá utilizar?



Resolución:

EJERCICIOS PROPUESTOS

Enunciado I

De un juego de naipes (52 naipes, 13 de cada palo), ¿cuántas hay que extraer como mínimo para tener la certeza de haber obtenido ...

01. ... un naipe de color negro?

a) 1 b) 2 c) 266
d) 27 e) 25

02. ... dos naipes de trébol?

a) 39 b) 40 c) 41
d) 42 e) 43

03. ... tres naipes pares de color negro?

a) 40 b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

04. ... dos corazones y 1 diamante?

a) 40 b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

05. ... tres espadas y 2 tréboles?

a) 40 b) 42 c) 43
d) 45 e) 41

Enunciado II

Dentro de una urna depositamos 120 esferas numeradas del 1 al 120, ¿cuántas esferas hay que extraer como mínimo para tener la certeza de haber obtenido ...

06. ... una esfera con numeración que termine en cero?

a) 12 b) 100 c) 108
d) 109 e) 110

07. ... una esfera de cifras iguales?

a) 109 b) 100 c) 110
d) 111 e) 108

08. ... una esfera con numeración par?

a) 60 b) 61 c) 70
d) 80 e) 103

09. ... dos esferas cuya numeración estén comprendidas entre 50 y 70?

a) 99 b) 101 c) 103
d) 105 e) 102

10. ... tres esferas comprendidas entre 80 y 110, que sean impares?

a) 91 b) 94 c) 96
d) 100 e) 108

Enunciado III

Dentro de una urna depositamos 6 esferas blancas, 8 negras, 12 rojas y 15 amarillas. ¿Cuántas esferas se deben extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber obtenido ...

11. ... un par de uno de los colores?

a) 2 b) 4 c) 6
d) 5 e) 8

12. ... cinco esferas rojas?

a) 16 b) 30 c) 32
d) 34 e) 33

13. ... dos negras y tres amarillas?

a) 29 b) 30 c) 32
d) 35 e) 33

14. ... dos blancas y cuatro rojas?

a) 33 b) 35 c) 37
d) 39 e) 36

15. ... por lo menos una de cada color?

a) 32 b) 34 c) 36
d) 38 e) 37

16. Dentro de una urna depositamos 12 esferas rojas, 15 blancas, 20 negras, 36 azules y 52 verdes, ¿cuántas esferas hay que sacar como mínimo para estar seguro de haber extraído 12 de uno de los colores?

a) 50 b) 55 c) 56
d) 102 e) 58

17. Cesitar tiene en una urna 12 fichas numeradas del 1 al 12, ¿cuál es el mínimo número de fichas que ha de extraer para tener la certeza de haber obtenido 3 fichas numeradas consecutivas?

a) 2 b) 4 c) 6
d) 7 e) 9

18. En una bolsa hay 9 bolas blancas, 8 bolas rojas, 12 bolas azules, ¿cuántas bolas como mínimo se deben extraer al azar para tener la certeza de haber obtenido 3 bolas del mismo color?

a) 7 b) 6 c) 12
d) 22 e) 21

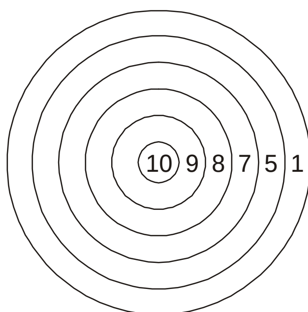
19. Se tiene un mazo de 52 cartas (13 de cada palo), ¿cuántas cartas hay que sacar como mínimo para estar seguro de haber obtenido una carta con numeración par y de color rojo?

a) 38 b) 27 c) 40
d) 41 e) 42

20. Una urna contiene 18 bolas negras, 14 rojas y 17 blancas, la menor cantidad que debe sacarse para obtener al menos una de cada color es :

a) 35 b) 31 c) 29
d) 38 e) 36

21. En un juego de tiro al blanco, ¿cuánta es la diferencia entre lo máximo y mínimo que se puede obtener con 3 tiros si cada zona permite un máximo de 2 tiros, si los disparos deben dar en el tablero?

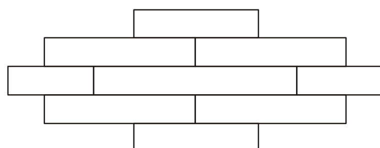


a) 25 b) 22 c) 20
d) 24 e) 36

22. Se compran camisas cuyo precio unitario varía desde S/. 12 hasta S/. 21 y se vende cada una a un precio que varía desde S/. 18 hasta S/. 25. ¿Cuál es la máxima ganancia que se puede obtener por la venta de 3 camisas?

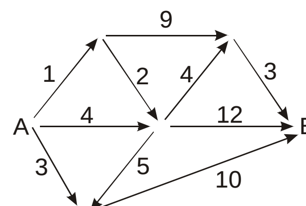
a) S/. 18 b) S/. 12 c) S/. 39
d) S/. 45 e) S/. 16

23. Dados 9 rectángulos como muestra la figura, ¿cuál es el mínimo número de colores a emplear de modo que no se tengan dos rectángulos pintados del mismo color juntos?



a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

24. La figura muestra una red de caminos mediante la cual se va de A a B pasando a lo más una vez por las otras ciudades. Si los números representan los días que demora ir de una ciudad a otra. ¿Cuál es la diferencia entre el máximo y el mínimo número de días que se tomará ir de A a B?



a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

25. Dos kilos de manzanas contienen desde 20 hasta 35 manzanas, ¿cuál será el mínimo peso que tendrá 140 manzanas?

a) 8 kg b) 8,5 kg c) 9 kg
d) 12 kg e) 16 kg

26. Pepe dispone de pesas de 1, 2, 4, 8,16, etc. kg cada una. Si él desea equilibrar un peso de 341 kg utilizando el mínimo número de pesas posibles, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
I. Pepe debe utilizar 4 pesas en total.
II. La pesa de 4 kg es parte de la solución.
III. La pesa de 8 kg es parte de la solución.

a) Sólo I b) Sólo II
c) I y II d) II y III
e) Todas

27. Si un kilo de naranjas contiene desde 6 hasta 8 naranjas, ¿cuál es el mayor peso que pueden tener 4 docenas de naranjas?

a) 6 kg b) 7 kg c) 8 kg
d) 10 kg e) 16 kg

28. Tres naranjas pesan desde 3 hasta 4,8 Kg. ¿Cuál es el máximo número de naranjas que puede haber en 12 Kg?

a) Menos de 40 b) Entre 40 y 50
c) Entre 50 y 60 d) Entre 60 y 70
e) Más de 70

29. Un tablero de ajedrez consta de 64 casilleros, como muestra la figura. Si el caballo puede moverse 3 casilleros por vez (2 en línea recta y el tercero hacia un costado pero no en diagonal), ¿cuál es el mínimo número de movimientos que requiere el caballo para pasar del casillero G_3 al G_4 ?

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

30. Una caja de manzanas contiene desde 30 hasta 40 frutas. Si el precio de compra varía desde 8 y 12 soles por caja y se pueden vender desde 15 hasta 25 soles la caja, ¿cuál será la máxima ganancia a obtener por la venta de 120 manzanas?

a) 60 b) 72 c) 51
d) 62 e) 68

31. Un vaso de yogurt contiene, según la marca, desde 20 hasta 35 calorías.Si la dieta de María le permite desayunar sólo yogurt, en una cantidad de 140 calorías, ¿cuál será lo máximo que ella gastará si cada vaso cuesta desde 1,7 hasta 3,5 soles?

a) 20,5 b) 24,5 c) 22
d) 28 e) 25

32. Si dos números suman 1, ¿cuál será el máximo valor que puede tener su producto?

a) 1 b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{8}$

33. Al adquirir cierto vehículo, un comprador recibe 5 llaves, a saber: de la puerta, el encendido, la guantera, la maletera, el tanque de gasolina, ¿cuántas veces tendrá que probar las llaves como mínimo para saber con certeza la correspondencia entre llaves y chapas?

a) 5 b) 15 c) 10
d) 8 e) 14

34. Karina tiene una colección de libros de "T" tomos. Si el más ancho tiene "x" cm, de espesor y el más delgado tiene "y" cm de espesor, ¿cuál debe ser la mínima longitud de un estante en el cual quepan todos sus libros, si por los menos hay uno de cada espesor?

a) T b) Ty – x
c) Ty – y + x d) Tx – x + y
e) Tx1543.

35. Un grupo de 456 personas va a elegir un presidente. Si se presentan 5 candidatos para el puesto, ¿cuál es el menor número de votos que puede obtener uno de ellos y obtener así más que cualquiera de los otros 4?

a) 90 b) 229 c) 92
d) 24 e) 16

36. ¿Cuál es el máximo valor de la siguiente expresión?

$$R=\frac{2}{1+(x-1)^2(x+3)^2}$$

a) 1 b) 2 c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) 0

37. Una caja de naranjas contiene desde 20 hasta 25 unidades. Si el precio de compra varía entre 10 y 15 soles por caja y el precio de venta varía entre 20 y 25 soles por caja, ¿cuál será la máxima ganancia a obtenerse por la venta de 100 naranjas?

a) S/. 50 b) S/. 60 c) S/. 75
d) S/. 80 e) S/. 10

38. ¿Cuál es el máximo valor que puede alcanzar la expresión?

$$M=\frac{50}{5+(x-5)^2}$$

a) 20 b) 10 c) 5
d) $\frac{5}{3}$ e) 16

39. ¿Cuántas veces hay que tirar un dado para tener la seguridad de haber obtenido 10 veces la misma cara?

a) 54 b) 53 c) 52
d) 55 e) 50

40.Se tiene 4 candados y 2 llaves; si sé que cada llave abre sólo un candado, ¿cuántos intentos como mínimo se debe realizar, para determinar con seguridad la llave correspondiente?

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

41. Dentro de una urna depositamos caramelos de limón, caramelos de naranja y caramelos de licor, y la suficiente cantidad de cada tipo, ¿cuántos caramelos se deben extraer como mínimo para tener la certeza de haber sacado un par de caramelos del mismo sabor?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

42. En una caja hay 10 pares de guantes utilizables de color negro y 10 pares de guantes utilizables de color rojo, ¿cuántos guantes hay que sacar, para estar seguro de obtener un par de guantes utilizables del mismo color?

a) 3 b) 16 c) 38
d) 20 e) 21

43. Se tiene 3 cajas, en una hay 6 esferas blancas, 6 esferas rojas y 6 esferas negras. En otra, hay 6 conos blancos, 6 conos rojos y 6 conos negros, y en la tercera caja hay 6 cubos blancos, 6 cubos rojos y 6 cubos negros, ¿cuál es el menor número de objetos que se deben extraer de las tres cajas para tener la certeza de haber extraído necesariamente entre ellas un par de esferas, un par de conos y un par de cubos, todos del mismo color?

a) 10 b) 11 c) 32
d) 13 e) 14

44. Se tiene 120 fichas numeradas del 1 al 120, ¿cuántas fichas se deben extraer para tener la certeza de contar con 2 fichas que tengan 2 dígitos y que estos dos dígitos sean iguales?

a) 112 b) 111 c) 114
d) 113 e) 109

45. Un dado tiene 2 caras pintadas de color azul; 3 caras pintadas de rojo y una cara de negro.
¿Cuál es el mínimo número de veces que debe lanzarse este dado para obtener 2 caras rojas?

a) Menos de 5. b) Más de 8.
c) Entre 10 y 15. d) 2.
e) 2 ó más.

46. Emilia reparte entre sus 5 hijos desde 50 hasta 75 soles de propina semanales. Si Catty reparte entre sus 4 hijos, desde 40 hasta 80 soles de propina semanales. ¿Cuál es la máxima diferencia que puede existir entre lo que recibe un hijo de Emilia y uno de Catty?

a) 5 b) 6 c) 8
d) 10 e) 15

47. En una urna hay fichas rojas, blancas y azules, si las rojas son 48 y éstas son 16 veces las blancas, siendo las azules a las blancas como 5 es a 1, ¿cuántas fichas habrá que extraer al azar y como mínimo para obtener un color por completo?

a) 63 b) 65 c) 62
d) 64 e) 67

48. Se forma un cubo soldando 12 pedazos de alambre de 3 cm de longitud cada uno. Si una hormiga parte de uno de los vértices y sigue caminando a lo largo de las aristas, ¿cuál es la máxima distancia que puede recorrer antes que vuelva a tocar un vértice por segunda vez, si no puede recorrer una arista dos veces?

a) 24 cm b) 21 cm c) 18 cm
d) 15 cm e) 12cm

49. Dentro de una caja depositamos 120 bolas numeradas del 1 al 120, ¿cuántas hay que extraer como mínimo, para obtener 1 bola con numeración impar y múltiplo de 3, comprendida entre 30 y 50?

a) 117 b) 118 c) 110
d) 101 e) 119

50. Una bolsa contiene caramelos: 20 de limón, 15 de naranja, 18 de manzana y 12 de piña. ¿Cuántos caramelos hay que extraer al azar para tener la seguridad de obtener por lo menos 4 de cada sabor?

a) 48 b) 57 c) 17
d) 37 e) 28

51. En una urna hay 160 bolas, por cada 3 bolas blancas hay 20 negras y 17 rojas. ¿Cuántas bolas se deben extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber obtenido dos negras y 3 rojas?

a) 8 b) 95 c) 22
d) 17 e) 92

52. Un kilogramo de duraznos contiene desde 8 hasta 12 duraznos. El precio de los más grandes varía desde 2 hasta 3,5 soles cada kilo y el de los más pequeños entre 1 y 1,5 soles el kilo. Si Lucía compra 4 docenas pagando lo máximo posible e Irene la misma cantidad con el mínimo posible de dinero, ¿cuál es la diferencia de lo pagado por ambas?

a) 28 b) 17 c) 21
d) 14 e) 16

53. Si en una urna hay 48 bolas numeradas consecutivamente del 4 al 51, ¿cuántas bolas como mínimo debemos de extraer al azar para tener la certeza de haber extraído 7 bolas numeradas con un número impar?

a) 29 b) 31 c) 27
d) 30 e) 19

54. Una bolsa contiene caramelos: n de limón, (n – 1) de naranja, (n – 2) de piña y (n – 3) de mango. ¿Cuántos caramelos como mínimo hay que extraer al azar para tener la seguridad de haber extraído por lo menos 3 de cada sabor? ($n > 6$).

a) 2n b) 3n c) 3n – 1
d) 4n – 1 e) 3n + 1

55. Se tiene un dado donde tres de sus caras tienen el mismo color y el resto de caras de colores diferentes, ¿cuántas veces hay que lanzar el dado para tener la seguridad de haber obtenido el mismo color 4 veces?

a) 12 b) 18 c) 13
d) 15 e) 20

56. Se tiene fichas de "m" clases diferentes y la cantidad suficiente de cada clase, ¿cuántas como mínimo se deben extraer para tener la certeza de haber sacado "m" de una de las clases?

a) m^2+m-1 b) m^2+2m
c) m^2-1 d) m^2-m+1
e) m^2-2m

57. En una bolsa oscura hay caramelos de "n" sabores diferentes y lo suficiente: ¿cuántos caramelos se deben extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de haber obtenido 10 de uno de los sabores?

a) 10n b) 9n – 1 c) 9n + 1
d) 10 e) 10n + 1

58. En una urna se tiene (2p – q) fichas verdes y (3p + 2q) fichas rojas, ¿cuántas fichas se deben sacar para tener la certeza de haber extraído "3p" fichas de uno de los colores?

a) 3p + q b) 4p + q c) 5p – q
d) p – q e) 5p + q

59. En una urna se tiene (P – Q) fichas rojas y (P + Q) fichas azules, ¿cuántas fichas se deben sacar para tener la certeza de haber extraído "P" de uno de los colores?

a) 2P – Q b) 2P + Q c) P – Q
d) 2Q – P e) P + Q

60. De un juego de naipes (52 cartas, 13 de cada palo), ¿cuántos naipes hay que extraer al azar y como mínimo para tener la seguridad de haber conseguido dos naipes que sumen 10?

a) 35 b) 30 c) 31
d) 32 e) 34

Claves

01.	d
02.	c
03.	d
04.	b
05.	b
06.	d
07.	d
08.	b
09.	c
10.	e
11.	d
12.	d
13.	d
14.	c
15.	c
16.	c
17.	e
18.	a
19.	d
20.	e
21.	b
22.	c
23.	b
24.	e
25.	a
26.	b
27.	c
28.	a
29.	c
30.	e

31.	b
32.	c
33.	c
34.	c
35.	b
36.	b
37.	c
38.	b
39.	d
40.	b
41.	c
42.	e
43.	c
44.	d
45.	e
46.	d
47.	d
48.	a
49.	b
50.	b
51.	b
52.	b
53.	c
54.	b
55.	c
56.	d
57.	c
58.	c
59.	a
60.	e

Capítulo 16

ANÁLISIS COMBINATORIO

El análisis combinatorio es la parte de las Matemáticas que estudia el número de ordenamientos o grupos que se pueden formar con las cosas o los elementos.

FACTORIAL DE UN NÚMERO

Sea "n" un número entero positivo, el factorial de "n", se denota por "n!" o "$\lfloor n$" y se define como el producto de los enteros consecutivos desde 1 hasta n o desde n hasta la unidad inclusive.

$$n! = \quad = 1\times2\times3\times4\times....\times(n-1)\times n$$

Ejemplos:

* $1! = 1$
* $2! = 1\times2 = 2$
* $3! = 1\times2\times3 = 6$
* $4! = 1\times2\times3\times4 = 24$
* $5! = 1\times2\times3\times4\times5 = 120$
* $6! = 1\times2\times3\times4\times5\times6 = 720$
* $7! = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7 = 5040$
* $8! = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8 = 40320$
* $9! = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9 = 362880$
* $10! = 1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times = 3628800$

Se observa:

$$10! = 10\times\overbrace{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}^{9!}$$

$$10! = 10\times9!$$

$$10! = 10\times9\times8!$$

$$10! = 10\times9\times8\times7!$$

Entonces: $n! = (n-1)!\times n$

De aquí, obtenemos para n = 1

$$1! = (1-1)!\times1 = 0!\times1 = 0!$$

Luego, definimos convencionalmente:

$$1! = 0! = 1$$

Ejemplos:

a. Calcular:

$$E = \frac{15!+16!+17!}{15!\times17^2}$$

Resolución:

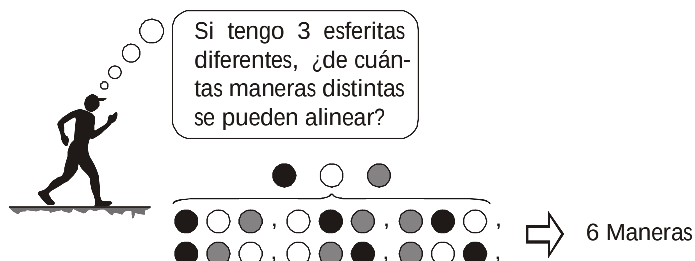
b. Reducir:

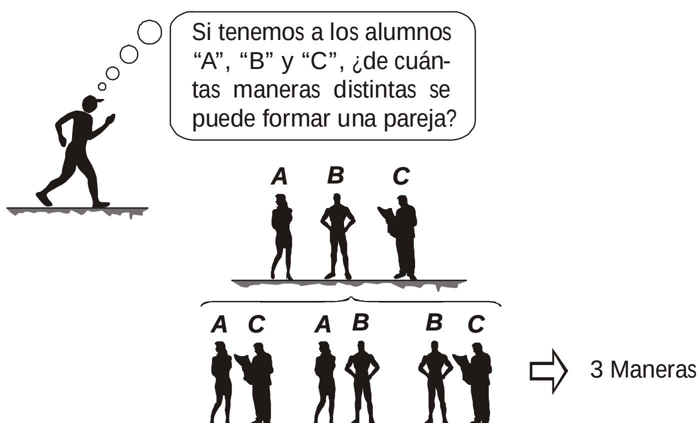
$$E = \frac{(n!)!\times n!+(n!)!}{(n!-1)!\times n!}$$

Resolución;

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO

En los ejemplos siguientes, nos damos cuenta que dado un evento particular (alinear las 3 esferitas o formar una pareja), estamos interesados en conocer todas las maneras distintas en que puede ocurrir. Para determinar las veces que ocurre un determinado evento, haremos uso de las técnicas de conteo, que serán de gran ayuda en estos casos.





1. PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

(Teorema fundamental del análisis combinatorio)

Si un evento "A" ocurre de "m" maneras y para cada una de estas, otro evento "B" ocurre de "n" maneras, entonces el evento "A" seguido de "B", ocurre de "$m \times n$" maneras.

Observaciones:

* En este principio, la ocurrencia es uno a continuación del otro, es decir, ocurre el evento "A" y luego ocurre el evento "B".
* Este principio se puede generalizar para más de dos eventos.

Ejemplos:

01. Una persona puede viajar de "A" a "B" de 3 formas y de "B" a "C" de 2 formas, ¿De cuántas maneras distintas puede ir de "A" a "C" pasando por "B" y sin retroceder?

Resolución:

02. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al lanzar una moneda y un dado simultáneamente?

Resolución:

03. Ana tiene 3 blusas diferentes y 4 faldas también diferentes, ¿De cuántas maneras se puede vestir Ana?

Resolución:

04. ¿De cuántas maneras diferentes se puede seleccionar una vocal y una consonante de la palabra JESICA?

Resolución:

05. ¿Cuántos números pares de 3 dígitos se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 5, 6, 7, 8 y 9, si cada dígito puede emplearse una sola vez?

Resolución:

2. PRINCIPIO DE ADICIÓN:

Si un evento "A" ocurre de "m" maneras y otro evento "B" ocurre de "n" maneras, entonces el evento A ó B, es decir, no simultáneamente, ocurre de "m + n" maneras.

Observaciones:

* En este principio, la ocurrencia no es simultáneamente, es decir, ocurre el evento "A" o el evento "B"; pero no ambos a la vez.
* Este principio se puede generalizar para más de dos eventos.

Ejemplos:

01. Una persona puede viajar de "A" a "B" por vía aérea o por vía terrestre y tienen a su disposición 2 líneas aéreas y 5 líneas terrestres, ¿De cuántas maneras distintas puede realizar el viaje?

Resolución:

02. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al lanzar un dado o una moneda?

Resolución:

03. Un producto se vende en 3 mercados: en el 1ro. se tiene disponible en 6 tiendas, en el 2do. en 5 tiendas y en 3er. mercado en 4 tiendas, ¿De cuántas maneras distintas puede adquirir una persona un artículo de dicho producto?

Resolución:

PERMUTACIÓN

Es un arreglo u ordenación que se puede formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una permutación, sí interesa el orden de sus elementos. Se pueden presentar en tres casos:

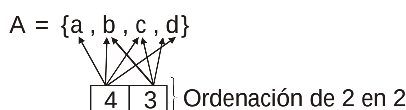
1. PERMUTACIÓN LINEAL :

Es un arreglo u ordenación de elementos en línea recta. Si tenemos un conjunto de cuatro elemento : A = {a , b , c , d}, los posibles arreglos o permutaciones de este conjunto tomados de 2 en 2 son :

ab ; ba ; bc ; cb
ac ; ca ; bd ; db
ad ; da ; cd ; dc

Vemos que hay 12 permutaciones distintas.

Se puede llegar a la misma respuesta sin tener que escribir todas las ordenaciones posibles, si aplicamos el principio de multiplicación.



$\therefore$ Número de permutaciones posibles = $4 \times 3 = 12$

Del ejemplo anterior, obtenemos las siguientes conclusiones:

* El número de permutaciones de 4 elementos tomados de 2 en 2 se denota como P_2^4

* $P_2^4 = 12 = 4 \times 3 = \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1}$

$$P_2^4 = \frac{4!}{2!} = \frac{4!}{(4-2)!}$$

En general: El número de permutaciones de "n" elementos diferentes tomados de "K" en "K", se calcula como:

$$P_K^n = \frac{n!}{(n-K)!} \quad ; \quad 0 < K \leq n$$

Observaciones:

* Cuando se toman todos los elementos del conjunto para ordenarlos o permutarlos (es decir, K = n), se dice que es una permutación de "n" elementos y se denota por P_n.

$$P_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1}$$

$$P_n^n = P_n = n!$$

Ejemplos:

01. En una carrera participan 4 atletas, ¿de cuántas maneras distintas pueden llegar a la meta, si llegan uno a continuación del otro?

Resolución:

02. Un grupo está formado por 6 personas y desean formar una comisión integrada por un presidente y un secretario, ¿De cuántas maneras puede formarse dicha comisión?

Resolución:

03. ¿De cuántas maneras, se pueden ordenar 7 niños en una fila, de manera que cuatro niños en particular queden juntos?

Resolución:

04. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 6 chicas en una fila, de manera que dos chicas, en particular, no queden juntas?

Resolución:

05. Encontrar el número total de enteros positivos que pueden fomarse utilizando los dígitos 1, 2, 3 y 4, si ningún dígito ha de repetirse cuando se forma un número?

Resolución:

2. PERMUTACIÓN CIRCULAR

Es un arreglo u ordenación de elementos diferentes alrededor de un objeto. En estas ordenaciones no hay primer ni último elemento, por hallarse todos en línea cerrada.

Ejemplo:

* Permutar "A", "B" y "C" en forma circular.

NOTA:

Para determinar el número de permutaciones circulares de "n" elementos distintos, denotado por, $PC_{(n)}$, basta fijar la posición de uno de ellos y los "n – 1" restantes podrán ordenarse de (n – 1)! maneras. Si se toma otro elemento como fijo, las ordenaciones de los restantes serán seguro uno de los ya considerados.

Luego:

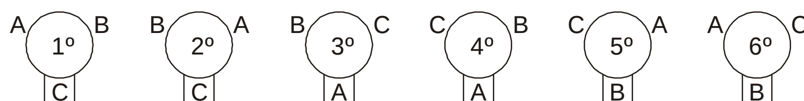
$$PC_{(n)} = (n-1)!$$

Observaciones:

* Para diferenciar una permutación circular de otra, se toma uno de los elementos como elemento de referencia y se recorre en sentido horario o antihorario. Si se encuentran los elementos en el mismo orden, entonces ambas permutaciones serán iguales y en caso contrario, diferentes.

Resolución:

* Para el ejemplo anterior:



Aparentemente hay 6 ordenamientos, lo cual no es cierto, por que: si hacemos girar al 1º ordenamiento en sentido antihorario obtenemos el ordenamiento 3º; y si lo hacemos girar en sentido horario obtenemos el ordenamiento 5º; de igual forma si al ordenamiento 2º lo hacemos girar en sentido antihorario obtenemos el ordenamiento 6º; y si lo hacemos girar en sentido horario obtenemos el ordenamiento 4º. De todo este análisis se deduce que los elementos A, B y C sólo se pueden ordenar de 2 maneras diferentes. Pero si fueran más elementos, sería más tedioso mostrar todos los ordenamientos posibles. Esto nos conlleva a utilizar la fórmula antes indicada.

Osea:

$$PC_{(3)} = (3-1)! = 2! = 2$$

Ejemplos:

01. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse alrededor de una mesa Juan y sus cinco amigas?

Resolución:

02. Cuatro parejas de enamorados, de cuántas maneras diferentes pueden ubicarse alrededor de una fogata, de modo que:

I. Los hombres y mujeres queden alternados.
II. Cada pareja no se separe.

Resolución:

3. PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

Es un arreglo u ordenación de elementos no todos diferentes (elementos repetidos).
Si se tienen "n" elementos donde hay:

K_1 elementos repetidos de una 1ra. clase.

K_2 elementos repetidos de una 2da. clase.

⋮

K_r elementos repetidos de una r - ésima clase.

El número de permutaciones diferentes con "n" elementos los cuales tienen elementos que se repiten, se calcula como sigue:

$$P^{n}_{K_1, K_2, ..., K_r} = \frac{n!}{K_1! \times K_2! \times ...... \times K_r!}$$

Donde:

$$K_1 + K_2 + ... + K_r \leq n$$

Ejemplos:

01. Un estante tiene capacidad para 5 libros de R.M. que tienen pasta azul, 4 de R.V. de pasta roja y 3 de Historia del Perú de pasta amarilla.
¿De cuántas maneras pueden colocarse los libros según los colores?

Resolución:

02. Se tienen 10 banderas donde 2 son rojas, 3 blancas y 5 son azules, ¿De cuántas maneras se pueden hacer señales poniendo todas las banderas en fila?

Resolución:

03. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de la palabra PAPAYA?

Resolución:

COMBINACIÓN

Es una selección o grupo que se puede formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una combinación no interesa el orden de sus elementos.

A través de un ejemplo nos daremos cuenta que hay una estrecha relación entre las permutaciones y las combinaciones.

Dado el conjunto A = {a, b, c, d}, calcular el número de permutaciones y el número de combinaciones de los elementos de "A" tomados de 3 en 3.

Permutaciones (ordenamientos)	Combinaciones (grupos)
abc, acb, bac, bca, cab, cba $\Rightarrow 6$	abc $\Rightarrow 1$
abd, adb, bad, bda, dab, dba $\Rightarrow 6$	abd $\Rightarrow 1$
acd, adc, cad, cda, dac, dca $\Rightarrow 6$	acd $\Rightarrow 1$
bcd, bdc, cbd, cdb, dbc, dcb $\Rightarrow 6$	bcd $\Rightarrow 1$
Total : $24 = P_3^4$	Total : $4 = C_3^4$

Del ejemplo anterior, obtenemos las siguientes conclusiones:

* El número de combinaciones de 4 elementos tomados de 3 en 3 se denota por C_3^4
* Cada combinación tiene 6 permutaciones, es decir:

$$C_3^4 = 4 = \frac{24}{6} = \frac{P_3^4}{3!}$$

$$\boxed{C_3^4 = \frac{\frac{4!}{(4-3)!}}{3!} = \frac{4!}{3!(4-3)!}}$$

En general: El número de combinaciones de "n" elementos tomados de "K" en "K", se calcula como:

$$\boxed{C_K^n = \frac{n!}{K!(n-K)!}} \quad ; \quad 0 < K \le n$$

Observaciones:

* Cuando se toman todos los elementos del conjunto para agruparlos o combinarlos (es decir, K = n), se dice que es una combinación de "n" elementos y :

$$C_n^n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n! \times 0!} = 1$$

$$\boxed{C_n^n = 1}$$

* $C_0^n = 1 \; ; \; C_1^n = n \; ; \; C_n^n = 1$

* $C_k^n = C_{n-k}^n$ — $C_7^{10} = C_3^{10}$; $C_{46}^{50} = C_4^{50}$

* $C_0^n + C_1^n + C_2^n + ... + C_n^n = 2^n$

Ejemplos:

01. ¿Cuántos grupos de 4 personas se pueden formar con 6 personas?

Resolución:

02. Se extraen dos cartas de una baraja de 52 cartas. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

Resolución:

03. En una reunión hay 10 hombres y 6 mujeres, se van a formar grupos de 5 personas. ¿Cuántos grupos diferentes se formarán, si siempre deben haber 3 hombres en el grupo?

Resolución:

04. Un estudiante tiene que contestar 8 de 10 preguntas en un examen:

I. ¿De cuántas maneras puede el estudiante escoger las 8 preguntas?
II. Si las tres primeras son obligatorias, ¿de cuántas maneras puede escoger las preguntas?
III. Si tiene que contestar 4 de las 5 primeras, ¿De cuántas formas puede escoger las preguntas?

Resolución:

EJERCICIOS PROPUESTOS

ENUNCIADO

"Lalo tiene 6 pantalones, 4 camisas y 5 pares de zapatos, todos de diferentes colores entre sí".

01. ¿De cuántas maneras diferentes puede vestirse?

a) 15 b) 240 c) 60
d) 120 e) 72

02. Del enunciado: ¿De cuántas maneras diferentes puede vestirse, si 3 de los pantalones fueran iguales?

a) 120 b) 60 c) 80
d) 12 e) 720

03. Del enunciado: ¿De cuántas maneras puede vestirse, si la camisa blanca siempre la usa con el pantalón azul?

a) 95 b) 80 c) 120
d) 61 e) 91

04. Si deseas viajar a Venezuela y dispones de 3 barcos, 5 aviones y 4 buses (todos diferentes entre sí), ¿de cuántas maneras puedes realizar dicho viaje?

a) 11 b) 60 c) 12
d) 42 e) 51

ENUNCIADO

"De Lima a Ica, existen 4 caminos diferentes, de Ica a Tacna hay 5 caminos también diferentes".

05. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá ir de Lima a Tacna, pasando siempre por Ica?

a) 9 b) 20 c) 12
d) 40 e) 625

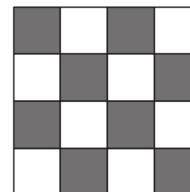
06. Del enunciado: ¿De cuántas maneras diferentes se podrá ir de Lima a Tacna y regresar, si la ruta de regreso debe ser diferente a la de ida?

a) 400 b) 380 c) 240
d) 399 e) 401

07. De un grupo de 15 personas que estudian sólo 2 idiomas cada uno, se sabe que 4 de ellos estudian inglés y alemán, 5 inglés y francés y los otros sólo alemán y francés. Si se quiere escoger 2 personas que hagan juntos la traducción de una lectura a cualquiera de los 3 idiomas mencionados, ¿de cuántas formas se puede elegir?

a) 28 b) 74 c) 92
d) 48 e) 120

08. Del siguiente tablero, ¿de cuántas maneras diferentes se puede escoger una casilla blanca y una casilla negra de tal manera que no estén en la misma horizontal ni vertical?



a) 24 b) 120 c) 32
d) 256 e) 64

09. ¿De cuántas maneras diferentes; 2 peruanos, 3 argentinos y 4 colombianos pueden sentarse en fila de modo que los de la misma nacionalidad se siente juntos?

a) 864 b) 1728 c) 688
d) 892 e) 1700

10. El aula especial de la Academia consta de 15 alumnos a los cuales se le toma el examen final.
¿Cuántas opciones distintas se tiene para ocupar los 2 primeros puestos, si no hay empate?

a) 210 b) 230 c) 240
d) 205 e) 180

11. ¿Cuántos resultados posibles se pueden obtener en el lanzamiento simultáneo de 5 monedas y 3 dados legales?

a) 6934 b) 6912 c) 6780
d) 6512 e) 6936

12.¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir una persona que tiene 6 ternos (iguales), 5 pares de medias (3 iguales), 2 pares de zapatos, 8 corbatas (2 iguales) y 6 camisas (3 iguales)?

a) 420 b) 280 c) 288
d) 840 e) 168

13. Se lanzan tres dados legales al piso, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden obtener resultados diferentes en los tres dados?

a) 120 b) 180 c) 140
d) 130 e) 117

14. Una alumna tiene para vestirse : 4 blusas; 3 pantalones, 2 faldas, 6 pares de zapatos. ¿De cuántas maneras se podrá vestir convencionalmente?

a) 120 b) 60 c) 144
d) 72 e) 288

15. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar en hilera 6 amigas, si Genara y Eucalipta estarán siempre juntas y en uno de los extremos?

a) 24 b) 48 c) 96
d) 120 e) 72

16. ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar en una fila 4 varones y 4 mujeres, si Luis (que es uno de ellos) se quiere sentar junto y entre Fiorela y Deysi (que son dos de ellas)?
Además, consideremos que las personas del mismo sexo no están juntas.

a) 720 b) 360 c) 240
d) 8! e) 144

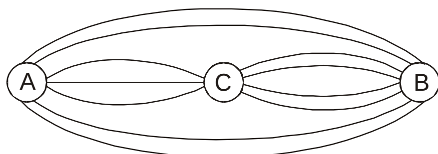
17. Un club tiene 20 miembros de los cuales 12 son mujeres. ¿Cuántas juntas directivas de 3 miembros: Presidente, vicepresidente y secretario pueden formarse, si el presidente debe ser una mujer y el vicepresidente un hombre?

a) 1428 b) 1716 c) 1628
d) 1718 e) 1728

18. Juan, Manuel, Carlos y 5 amigos más participan en una carrera, ¿de cuántas maneras diferentes pueden llegar a la meta, de tal manera que Carlos llegue antes que Manuel y éste llegue antes que Juan?

a) 6720 b) 4360 c) 1532
d) 1236 e) 1538

19. ¿Por cuántas rutas diferentes se puede ir de A a B?



a) 12 b) 14 c) 16
d) 20 e) 24

20. La Municipalidad de Lima ha ordenado que las mototaxis sean amarillas y tengan las placas con 6 caracteres (3 letras seguidas de 3 dígitos).
¿Cuántas placas diferentes se podrán formar?
(Considerar 26 letras del alfabeto).

a) $20^3 \times 10^3$ b) $26^2 \times 10^2$
c) $26^3 \times 10^3$ d) 26×10^3
e) $26 \times 25 \times 24$

21. Con 6 pesas de 1; 2; 5; 10; 30 y 70 kg, ¿cuántas pesas diferentes pueden obtenerse tomando aquellas de 3 en 3?

a) 15 b) 120 c) 20
d) 60 e) 80

22. Un total de 120 estrechadas de mano se efectuaron al final de una fiesta. Si cada participante es cortés con los demás, el número de personas era:

a) 12 b) 18 c) 20
d) 14 e) 16

23. ¿De cuántas maneras puede escogerse un comité compuesto de 3 hombres y 2 mujeres de un grupo de 7 hombres y 5 mujeres?

a) 530 b) 350 c) 305
d) 450 e) 380

24. ¿Cuántos arreglos diferentes se pueden hacer con las letras de la palabra "JAPANAJA"?

a) 81 b) 840 c) 120
d) 8 e) 64

25. ¿De cuántas maneras 3 parejas de esposos se pueden ubicar en una mesa circular, si en ningún momento las parejas estarán separadas?

a) 120 b) 16 c) 48
d) 144 e) 72

26. Con las frutas: Plátano, papaya, melón, piña y mamey, ¿cuántos jugos de diferentes sabores se podrán hacer?

a) 13 b) 10 c) 25
d) 32 e) 31

27. Cuatro personas abordan un automóvil en el que hay 6 asientos. Si sólo César y Sandro saben conducir, ¿de cuántas maneras diferentes pueden acomodarse para salir de paseo?

a) 24 b) 60 c) 120
d) 240 e) 360

28. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 10 personas en una mesa redonda de 6 asientos, si 4 están en espera?

a) 2520 b) 12000 c) 25200
d) 10! e) 15!

29. Al ir 5 parejas de esposos al teatro Segura, tienen mala suerte de encontrar solamente 5 asientos juntos en una misma fila. ¿De cuántas maneras distintas se pueden acomodar, si se quiere que por lo menos esté sentado un hombre y una muje?

a) 25600 b) 30000 c) 256
d) 25 e) 625

30. La cerradura de la bóveda de un banco consta de tres discos con la numeración del 1 al 10. Si un amigo de lo ajeno desea abrir la bóveda, ¿cuántos intentos infructuosos como máximo tendrá que realizar?
(La bóveda se abrirá cuando los tres discos se combinen de manera correcta).

a) 1000 b) 120 c) 999
d) 810 e) 512

31. Con cinco retazos de tela, ¿cuántas banderas bicolor se pueden formar?.
Se sabe que los retazos son de colores diferentes y la bandera debe tener la forma mostrada.

a) 10 b) 20 c) 24
d) 40 e) 25

32. Con 7 varones y 4 mujeres se desea formar grupos mixtos de 6 personas.
¿De cuántas maneras pueden formarse tales grupos, de modo que en cada uno de ellos exista siempre 2 mujeres?

a) 200 b) 20 c) 312
d) 212 e) 210

33. ¿Cuántos cables de conexión son necesarios para que puedan comunicarse directamente 2 oficinas de las 8 que hay en un edificio?

a) 20 b) 56 c) 28
d) 14 e) 16

34. De seis números positivos y 5 números negativos, se escogen 4 números al azar y se multiplican.
Calcular el número de formas que se pueden multiplicar, de tal manera que el producto sea negativo.

a) 60 b) 96 c) 128
d) 160 e) 170

35. Una clase consta de 7 niños y 3 niñas, ¿de cuántas maneras diferentes el profesor puede escoger un comité de 4 alumnos?

a) 160 b) 210 c) 128
d) 144 e) 105

36. En una reunión se encuentran 5 mujeres y 8 hombres. Si se desea formar grupos mixtos de 5 personas, ¿de cuántas maneras pueden formarse tales grupos de modo que en cada uno de ellos estén siempre dos mujeres?

a) 560 b) 390 c) 120
d) 140 e) 280

37. Hallar el número de señales que pueden formarse con cinco signos más y menos.

a) 25 b) 10 c) 24
d) 32 e) 64

38. Hay 5 candidatos para presidente de un club, 6 para vicepresidente y 3 para secretario. ¿De cuántas maneras se pueden ocupar estos tres cargos?

a) 108 b) 64 c) 128
d) 72 e) 90

39. A una reunión asistieron 30 personas. Si se saludan estrechándose las manos, suponiendo que cada uno es cortés con cada uno de los demás, ¿cuántos apretones de manos hubieron?

a) 60 b) 435 c) 870
d) 120 e) 205

40. Diez equipos de fútbol participan en un campeonato (una rueda, todos contra todos).
¿Cuántos partidos más se deberán programar, si llegan 3 equipos más?

a) 31 b) 33 c) 9
d) 12 e) 21

41. Seis ladrones se escapan de la policía, y tienen 3 escondites para poder ocultarse.
¿De cuántas maneras diferentes como máximo se pueden ocultar?

a) 729 b) 840 c) 120
d) 720 e) 512

42. Se tiene 6 números negativos y 5 números positivos, ¿de cuántas maneras se pueden escoger cuatro números, de tal manera que su producto sea positivo?

a) 140 b) 160 c) 175
d) 180 e) 170

43. Juan Carlos tiene 5 pantalones y 6 camisas todos de distintos colores. ¿De cuántas maneras puede escoger las prendas, sabiendo que el pantalón marrón se lo debe poner siempre con la camisa crema y viceversa?

a) 30 b) 20 c) 21
d) 36 e) 24

44. Una moneda cuyas caras están marcadas con los números 2 y 3, respectivamente, es tirada 5 veces. Determinar de cuántas maneras se obtendrá como suma 12.

a) 120 b) 60 c) 30
d) 15 e) 10

45. ¿Cuántos números impares de 3 cifras, se pueden escribir con los dígitos: 4, 5, 7, 9 y 8, si no se pueden repetir los dígitos?

a) 20 b) 56 c) 28
d) 14 e) 36

46. Se tiene una urna con 9 bolas numeradas. Se quiere saber, ¿de cuántas maneras podemos sacar primero 2 bolas, luego 3 y finalmente 4?

a) 630 b) 306 c) 1080
d) 108 e) 1260

47. ¿Cuántos números mayores que un millón se pueden formar con los dígitos 0; 2; 2; 3; 3; 3 y 4?

a) 240 b) 380 c) 360
d) 400 e) 420

48. Cuatro chicas y dos varones van al cine y encuentran 6 asientos juntos en una misma fila, donde desean acomodarse.
¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse, si las cuatro chicas quieren estar juntas?

a) 160 b) 72 c) 128
d) 144 e) 64

49. Luis tiene 10 amigos, de los cuales invitará a su matrimonio solamente a 7. ¿De cuántas maneras puede hacer la invitación, si dos de sus amigos están enemistados y no pueden asistir juntos?

a) 56 b) 64 c) 36
d) 44 e) 128

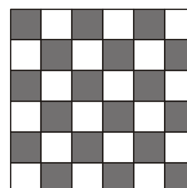
50. ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con las cifras: 1, 2, 4, 6, 7 y 8; de tal manera que sean menores que 5000 y no permitiéndose repeticiones de las cifras?

a) 138 b) 340 c) 280
d) 454 e) 180

51. Tengo 15 sillas de las cuales 8 son defectuosas. ¿De cuántas maneras podemos escoger 5 sillas de las cuales por lo menos 4 sean defectuosas?

a) 490 b) 560 c) 546
d) 480 e) 520

52. En el siguiente cuadrado de 36 casillas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede escoger una casilla blanca y una negra de tal manera que no estén en la misma horizontal ni vertical?

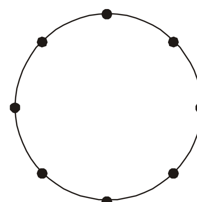


a) 32 b) 216 c) 64
d) 432 e) 28

53. ¿Cuántas palabras se pueden hacer con 3 mayúsculas, 5 consonantes y 4 vocales, si cada una debe contener 3 consonantes y 2 vocales y comenzar con mayúscula?

a) 20500 b) 21600
c) 23200 d) 21950
e) 20600

54. En la figura, se han marcado ocho partes equidistantes sobre la circunferencia de un círculo dado.
¿Cuántos cuadriláteros diferentes podemos inscribir en el círculo usando los vértices marcados?



a) 210 b) 1680 c) 15
d) 56 e) 70

55. Calcular "k" a partir de:

$$n(n-1)!+(n+1)!+(n-1)!=kn(n)!\left(1+\frac{1}{n}\right)^2$$

a) n b) 2 c) 1
d) n + 1 e) n – 1

56. Con cuatro banderas de diferentes colores se debe mandar un mensaje de un barco a otro.
¿Cuántos mensajes se pueden mandar, si no es obligatorio usar todas las banderas?

a) 64 b) 40 c) 24
d) 96 e) 16

57. ¿Cuántos números menores que 10000 pueden formarse con los ocho dígitos: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 y 7?

a) 3255 b) 4175
c) 4095 d) 4950
e) 4195

58. ¿Cuántos números enteros y desiguales mayores que 10 y menores que 100 se pueden formar con las 8 primeras cifras no repitiéndose ninguna de ellas?. (Las cifras deben ser contadas a partir del 1).

a) 44 b) 56 c) 24
d) 48 e) 60

59. Hallar "x" en:

$$\underbrace{2\times 2!+3\times 3!+4\times 4!+...}_{(x\text{-}1)\ \text{términos}}=40!-2$$

a) 44 b) 42 c) 41
d) 40 e) 39

60. Se quiere construir un collar con 12 perlas:
* 4 azules.
* 2 blancas.
* 3 rojas.
* 1 verde.
* 1 amarilla.
* 1 marrón.

Si éstas 3 últimas deben estar juntas, ¿cuántos collares se pueden confeccionar?

a) 8560 b) 7560 c) 5040
d) 40320 e) 8760

Claves

01.	d	31.	b
02.	c	32.	e
03.	a	33.	c
04.	c	34.	d
05.	b	35.	b
06.	b	36.	a
07.	b	37.	d
08.	c	38.	e
09.	b	39.	b
10.	a	40.	b
11.	b	41.	a
12.	e	42.	e
13.	a	43.	c
14.	a	44.	e
15.	c	45.	e
16.	e	46.	e
17.	e	47.	c
18.	a	48.	d
19.	c	49.	b
20.	c	50.	e
21.	c	51.	c
22.	e	52.	b
23.	b	53.	b
24.	b	54.	e
25.	b	55.	c
26.	e	56.	a
27.	c	57.	c
28.	c	58.	b
29.	b	59.	e
30.	c	60.	a

Capítulo

17 PROBABILIDADES

INTRODUCCIÓN

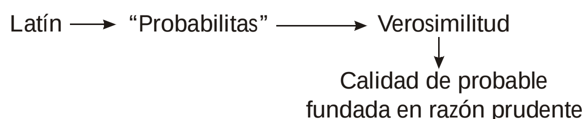
Consideremos la siguiente situación:

Dos amigos estudiantes no están seguros de cómo pasar la tarde, si divirtiéndose o estudiando. Finalmente, convienen en dejar que una moneda decida la situación. Si sale cara van al cine, si sale sello van a jugar ping pong; pero si la moneda sale de canto, entonces estudiarán.
Podemos aprender mucho de esta anécdota; el sentido común, basándose en la experiencia pasada, nos dice que los amigos no van a estudiar.
Es decir, por intuición sabemos que la moneda nunca se quedará de canto sino que saldrá sello o cara; también nosotros tenemos la seguridad de que son iguales las posibilidades de que salga cara o sello.
El cálculo de probabilidades se basa en las suposiciones que hacemos respecto a cuestiones como: ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda se quede de canto? ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara o sello?.
Para hacer más práctica la solución de estas cuestiones, necesitamos asignar valores numéricos a las probabilidades.
Supongamos que llamamos P al valor numérico de la probabilidad de que salga cara; pero nosotros estamos seguros de que saldrá cara o sello, entonces el valor de nuestra seguridad o certeza tendrá el valor de 2P. Acostumbramos en general a darle un valor fijo, convenientemente le daremos el valor 1, es decir 2P = 1; luego la probabilidad de que salga cara es $P=\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que salga sello es $P=\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1\rightarrow$ Total de certeza.
Pierre Laplace, eminente matemático francés de fines del siglo XVIII y principios del XIX, describió en una ocasión la teoría de probabilidades como "***El sentido común de una persona, reducido al cálculo***".
Las matemáticas para la probabilidad han tenido notable éxito hasta hoy en las ciencias, el comercio y, en general, se usan en muchos campos bases de nuestra civilización como la ingeniería, economía, contabilidad, estadística, física, química, etc. y es tan antigua que se utilizaba en múltiples juegos que entretenían a la clase dominante en grandes culturas como Egipto, Grecia y Roma; incluso en la Biblia se cita que en la crucifixión de Cristo, sus ropas fueron sorteadas mediante juegos de azar.
Así pues, el juego es tan antiguo como el hombre y de seguro ya se hacían apuestas acerca de la posibilidad de ganar o perder, en dichos juegos; este es el origen de la probabilidad.

CONCEPTO DE PROBABILIDAD: Observa atentamente el siguiente diagrama:

Latín ⟶ "Probabilitas" ⟶ Verosimilitud
↓
Calidad de probable
fundada en razón prudente

La probabilidad de que ocurra un determinado suceso (A) se define como la relación entre el número de casos favorables para ese suceso y el número de casos posibles en total (C).



$$P_{[A]}=\frac{\#\ \text{casos favorables para A}}{\#\ \text{casos posibles o totales}}=\frac{N_{(A)}}{N_{(C)}}$$

$N_{(A)}$ → Cardinal del conjunto A
$N_{(C)}$ → Cardinal del conjunto C

Ejemplo:

Si se lanza un dado, el conjunto de casos posibles es C = {1; 2; 3; 4; 5; 6} que corresponde a las 6 caras que puede presentar el dado al ser lanzado.
Si deseamos un resultado o resultados predeterminados (a los que llamamos sucesos), al conjunto de todas las posibilidades que favorezcan a este resultado lo llamaremos "conjunto de casos favorables".
Por ejemplo, al lanzar el dado una sola vez, el conjunto de casos favorables al suceso "caen en 5 ó 4" es A = {5 ; 4}

EJEMPLO ILUSTRATIVO 1

Encontremos la probabilidad de que al lanzar un dado, el resultado que se obtenga sea 3.

Solución:

* El experimento es lanzar un dado al aire.
* El conjunto de casos posibles es C = {1; 2; 3; 4; 5; 6} $\rightarrow$ N(C) = 6
* El conjunto de casos favorables es A = {3} $\rightarrow$ N(A) = 1
* El suceso es: sale puntaje 3 que identificaremos con el conjunto A.

$\rightarrow$ La probabilidad de que el dado muestre el puntaje 3 (Probabilidad de A) será : $P_{(A)} = \dfrac{N(A)}{N(C)} = \dfrac{1}{6}$

EJEMPLO ILUSTRATIVO 2

Una caja tiene 100 focos, entre los cuales hay 10 fallados.
¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una muestra de 3 focos, los 3 sean fallados?

Solución:

* El experimento es sacar 3 focos de un recipiente con 100.
* El conjunto de casos posibles es el conjunto de todos los grupos distintos de 3 focos, elegidos entre los 100.
  $\rightarrow$ (Tener en cuenta que 2 grupos serán distintos si difieren en por lo menos 1 foco), luego :
  C = {Combinaciones de orden 3, de 100 elementos}

$$\rightarrow N(C) = C_3^{100}$$

* El conjunto de casos favorables es el conjunto de todos los grupos de 3 focos, todos fallados.
  Como hay 10 fallados, el conjunto de todos los grupos de 3 focos elegidos entre los 10, luego:
  A = {Combinaciones de orden 3, de 10 elementos}

  $\rightarrow N(A) = C_3^{10}$

  $$\rightarrow P(A) = \frac{N(A)}{N(C)} = \frac{C_3^{10}}{C_3^{100}} = \frac{\frac{10(9)(8)}{3!}}{\frac{100(99)(98)}{3!}} = \frac{2}{2695}$$

PROPIEDADES FUNDAMENTALES:

Si P(A) es la probabilidad de que ocurra un suceso A, entonces:

1. $0 \leq P(A) \leq 1$.
2. La probabilidad de que no ocurra A (Suceso contrario A') es : P(A') = 1 – P(A).
3. Si U es un suceso que siempre será cierto lógicamente, entonces P(U) = 1 (Siempre ocurrirá).
4. Si ϕ es un suceso que nunca ocurrirá (Lógicamente imposible), entonces $P(\phi) = 0$.

EJERCICIOS PROPUESTOS

01.¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 2 monedas en simultáneo, el resultado sea ...
I. .... 2 caras?
II. ... por lo menos una cara?

a) $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$

02. Calcular la probabilidad de que al lanzar 3 monedas en simultáneo el resultado sea:
I. 2 caras y un sello.
II. 3 resultados iguales.

a) $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{8}$ b) $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$
e) $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{3}$

03. Indicar la probabilidad de que al lanzar un dado legal, el resultado sea:
I. 6 puntos.
II. Puntaje no mayor que 5.

a) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{6}$ d) $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{6}$
e) $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{3}$

04. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 2 dados legales el resultado sea ...
I. ... puntaje mayor que 8?
II. ... 6 ó 7 puntos?

a) $\frac{5}{18}$; $\frac{1}{36}$ b) $\frac{5}{18}$; $\frac{11}{36}$
c) $\frac{1}{36}$; $\frac{7}{18}$ d) $\frac{1}{18}$; $\frac{5}{36}$
e) $\frac{7}{18}$; $\frac{5}{36}$

05. Calcular la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja (52 cartas, 13 de cada palo) esta sea:
I. Corazón.
II. 9 de trébol.

a) $\frac{1}{52}$; $\frac{1}{52}$ b) $\frac{3}{52}$; $\frac{1}{52}$
c) $\frac{1}{26}$; $\frac{9}{52}$ d) $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{52}$
e) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{52}$

06. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja, el puntaje de ésta sea ...
I. ... mayor que 8?
II. ... un número primo mayor que 2?

a) $\frac{2}{13}$; $\frac{1}{52}$ b) $\frac{5}{13}$; $\frac{4}{13}$
c) $\frac{5}{13}$; $\frac{5}{13}$ d) $\frac{3}{52}$; $\frac{2}{13}$
e) $\frac{2}{13}$; $\frac{5}{52}$

07. Hallar la probabilidad de obtener un 1 al tirar una vez dos dados:

a) $\frac{1}{36}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{11}{36}$
d) $\frac{10}{18}$ e) $\frac{1}{18}$

08. Una urna contiene 3 bolas blancas y 5 negras. Se saca una bola, ¿cuál es la probabilidad de que sea negra?

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{3}{4}$

09. Si se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de que no salga 6?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{4}{6}$ c) $\frac{5}{6}$
d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{5}$

10. Se escribe al azar un número de dos cifras. ¿Cuál es la probabilidad que dicho número sea múltiplo de 5?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

11. Al arrojar tres dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 3; un 4 y un 5?

a) $\frac{3}{29}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{36}$
d) $\frac{1}{72}$ e) $\frac{6}{215}$

12. Se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un puntaje mayor que 2?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{4}$

13. Al lanzar 3 monedas al aire, ¿cuál es la probabilidad de que los tres resultados sean iguales?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{10}$

14. ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia de tres hijos hayan dos niños y una niña?

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{1}{18}$ e) $\frac{5}{8}$

15. Se lanzan 2 dados legales. Determinar la probabilidad que el producto de los puntajes mostrados sea un múltiplo de 3.

a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{7}{36}$ e) $\frac{5}{36}$

16. En una urna hay 25 bolas iguales, numeradas del 1 al 25. Una persona extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída tenga un número que sea múltiplo de 5?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{25}$ c) $\frac{4}{25}$
d) $\frac{1}{25}$ e) $\frac{2}{5}$

17. Al efectuar el lanzamiento de dos dados en forma simultánea, determinar qué suma de puntos es más probable de obtener.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

18. Se lanzan 2 monedas y un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que aparezcan dos caras y un número impar?

a) 0,500 b) 0,125 c) 0,250
d) 0,600 e) 0,111

19. Se lanzan cuatro monedas en forma simultánea. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un sello y 3 caras?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{1}{16}$

20. En una baraja de 52 naipes, ¿cuál es la probabilidad de obtener una carta de corazones con un valor menor que 7 o un valor mayor que 10?

a) $\frac{2}{51}$ b) $\frac{9}{52}$ c) $\frac{10}{52}$
d) $\frac{1}{26}$ e) $\frac{9}{26}$

21. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado "cargado", el resultado sea un número primo?
(Se carga el dado de tal manera que los números pares tienen el triple de posibilidades de presentarse que los números impares)

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{5}{12}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{7}{12}$

22. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer a la vez 2 cartas de una baraja, éstas sean ...
I. ... ambas de diamantes?
II. ... un trébol y un corazón?

a) $\frac{1}{17}$; $\frac{13}{102}$ b) $\frac{1}{26}$; $\frac{5}{102}$
c) $\frac{1}{26}$; $\frac{1}{169}$ d) $\frac{1}{17}$; $\frac{1}{26}$
e) $\frac{2}{17}$; $\frac{2}{102}$

23. En una caja se dispone de 18 bolas numeradas del 1 al 18, si se extraen dos bolas al azar:
I. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números primos?
II. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números impares?

a) $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$ b) $\frac{2}{51}$; $\frac{4}{51}$
c) $\frac{4}{17}$; $\frac{1}{17}$ d) $\frac{7}{51}$; $\frac{4}{17}$
e) $\frac{1}{51}$; $\frac{4}{51}$

24. De una baraja se sacan al azar 2 naipes, ¿cuál es la probabilidad de que los dos naipes sean ases?

a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{2}{52}$ c) $\frac{1}{221}$

d) $\frac{1}{17}$ e) $\frac{1}{51}$

25. Si se tiran ocho monedas, ¿cuál es la probabilidad de que una y solamente una presente cara?

a) $\frac{1}{16}$ b) $\frac{1}{18}$ c) $\frac{1}{17}$

d) $\frac{1}{32}$ e) $\frac{1}{24}$

26. Un avión lanza una bomba sobre un terreno cuadrado, en el cual está inscrito un círculo, ¿cuál es la probabilidad de que la bomba caiga dentro del círculo?

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{2\pi}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

27. Hallar la probabilidad de obtener por lo menos un 1 al tirar una vez dos dados.

a) $\frac{11}{36}$ b) $\frac{1}{36}$ c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{5}{36}$ e) $\frac{1}{3}$

28. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos cartas de una baraja(52 cartas, 13 de cada palo), éstas sean una corazón y la otra trébol?

a) $\frac{13}{102}$ b) $\frac{13}{51}$ c $\frac{1}{4}$

d) $\frac{13}{100}$ e) $\frac{3}{52}$

29. Se lanza en simultaneo una moneda y un dado legal, ¿cuál es la probabilidad de que el resultado sea un número no mayor que 4 en el dado, acompañado de sello en la moneda?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{4}$

30. José, Erick, Bryan, Antonio, César, Rommel, Martha, Jessica y Juan se sientan alrededor de una mesa circular. Calcular la probabilidad de que Rommel y Jessica no se sienten juntos.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{5}{8}$

d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

31. Las letras de la palabra ARCOS se colocan al azar en una línea, ¿cuál es la probabilidad de que las 2 vocales queden juntas?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{2}{5}$

32. Seis amigos harán cola para comprar pan, ¿cuál es la probabilidad de que Stéfano, que es uno de ellos, sea siempre el primero?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{5}{6}$

33. En un baile de disfraces, se reúnen 10 matrimonios. Si se eligen 2 personas al azar, entonces la probabilidad de que las 2 personas sean marido y mujer es :

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{100}$ c) $\frac{1}{19}$

d) $\frac{1}{200}$ e) $\frac{1}{50}$

34. Una caja contiene 30 bolas numeradas del 1 al 30, ¿cuál es la probabilidad de que, al sacar al azar una bola, resulte par o múltiplo de 5?

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{7}{30}$ e) $\frac{3}{5}$

35. En un cierto depósito, se tienen 5 bolas azules, tres bolas blancas y dos bolas negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bola al azar, ésta sea blanca o negra?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{10}$ e) $\frac{1}{2}$

36. ¿Cuál es la probabilidad de que, al sentarse 6 amigas en hilera, Carla; Jéssica y Graciela estén siempre juntas?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{3}{5}$

37. En una bolsa se tienen 4 bolas rojas y 6 bolas azules. Se extrae al azar 3 bolas, una por una.
¿Cuál es la probabilidad de que la tercera bola sea roja?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{5}$

38. De una baraja de naipes, se extraen al azar 3 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que las tres cartas sean del mismo palo?

a) $\frac{2}{17}$ b) $\frac{11}{17}$ c) $\frac{11}{25}$
d) $\frac{2}{25}$ e) $\frac{22}{17\times 25}$

39. En una reunión se encuentran presentes 30 hombres y 20 mujeres. Si se eligen a 2 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que las personas elegidas sean varón y mujer?

a) $\frac{25}{49}$ b) $\frac{2}{50}$ c) $\frac{24}{49}$
d) $\frac{12}{49}$ e) $\frac{11}{50}$

40. Nueve personas se sientan al azar en círculo. ¿Cuál es la probabilidad de que dos personas en particular queden contiguas?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{16}{8!}$
d) $\frac{13}{8!}$ e) $\frac{15}{81}$

41. Una bolsa contiene 5 bolas blancas y 3 negras. Si sacamos 4 bolas sucesivamente y no son devueltas a la bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que éstas sean alternadamente de diferentes colores?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{5}$

42. De una bolsa que contiene 6 bolas blancas, 4 negras y 2 rojas; se sacan 6 bolas al azar. Calcular la probabilidad de que 3 sean blancas, 2 negras y 1 roja.

a) $\frac{20}{13}$ b) $\frac{100}{231}$ c) $\frac{15}{13}$
d) $\frac{10}{199}$ e) $\frac{20}{77}$

43. Un grupo de estudio está conformado por 11 niños y 7 niñas. Si se escogen 4 estudiantes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que todos sean niños?

a) $\frac{1}{101}$ b) $\frac{11}{102}$ c) $\frac{1}{13}$
d) $\frac{1}{1010}$ e) $\frac{1}{102}$

44. Se lanza un dado "n" veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 2 al menos una vez en los "n" lanzamientos?

a) $\frac{5}{6}$ b) $\left(\frac{1}{6}\right)^n$ c) $\left(\frac{5}{6}\right)^n$
c) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^n$ e) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

45. Hallar la probabilidad de hacer una tirada de más de 15 en un tiro con 3 dados.

a) $\frac{17}{126}$ b) $\frac{17}{108}$ c) $\frac{17}{54}$
d) $\frac{19}{216}$ e) $\frac{19}{108}$

46. Dos jugadores A y B tiran 3 dados cada uno. Si A obtiene 8 puntos, ¿cuál es la probabilidad de que B obtenga un número mayor de puntos?

a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{6}{27}$ c) $\frac{7}{27}$
d) $\frac{5}{18}$ e) $\frac{5}{216}$

47. ¿Cuál es la probabilidad de que, al tirar al aire "n" veces una moneda, se obtenga "n" caras?

a) $\frac{1}{2^n}$ b) $\frac{2^n}{8}$ c) $\frac{n}{n^8}$
d) $\frac{1}{n^2}$ e) $\frac{1}{2n}$

48. Se lanza un dado "cargado", de tal manera que los números impares tienen el triple de posibilidades que los números pares.
¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea un número mayor que 5?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{12}$
d) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{5}{6}$

49. Tamara selecciona al azar dos números diferentes del conjunto {8; 9; 10} y luego los suma. Claudia selecciona al azar dos número diferentes del conjunto

{3; 5; 6} y luego los multiplica.
¿Cuál es la probabilidad de que el resultado que obtiene Tamara sea mayor que el resultado que obtiene Claudia?

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{7}{9}$
d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{5}{9}$

50. Tres señoras van a dar a luz con toda seguridad en el mes de Febrero de un año bisiesto. ¿Cuál es la probabilidad de que la fecha de los nacimientos de los tres bebés sean distintos?

a) $\frac{676}{861}$ b) $\frac{765}{861}$ c) $\frac{756}{861}$
d) $\frac{678}{861}$ e) $\frac{666}{871}$

51. Una persona tira dos dados, uno de ellos es un cubo y el otro un tetraedro regular, tomando el número de la cara inferior cuando se trata del tetraedro, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números obtenidos no sea menor que 5?

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{2}$

52. En una urna, se introducen bolas marcadas con los números 1 , 2 y 3.
Se extrae una bola, se anota el número y se devuelve a la urna. El proceso se repite tres veces.
¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma total de 6 puntos?

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{7}{27}$
d) $\frac{21}{25}$ e) $\frac{17}{27}$

53. La probabilidad de que Erica ingrese a la UNI es 0,7 que ingrese a la Católica es 0,4. Si la probabilidad de que no ingrese a ninguna es 0,12, hallar la probabilidad de que ingrese a ambas a la vez.

a) 0,42 b) 0,22 c) 0,24
d) 0,48 e) 0,58

54. Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 2 negras, otra bolsa contiene 3 bolas blancas y 5 negras. Se extrae una bola de cada bolsa.
Determinar la probabilidad de que ambas sean blancas.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

55. En una caja hay 10 bolas de billar, de las cuales 4 son rojas. Se toma tres piezas al azar.
Determine la probabilidad de que por lo menos una resulte de color rojo.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{10}{39}$
d) $\frac{7}{60}$ e) $\frac{5}{6}$

56. De una bolsa que contiene 6 bolas blancas, 4 negras y 2 rojas, se sacan 6 bolas al azar.
Calcular la probabilidad de que 3 sean blancas, 2 negras y 1 roja.

a) $\frac{16}{33}$ b) $\frac{14}{23}$ c) $\frac{20}{77}$
d) $\frac{3}{31}$ e) $\frac{4}{23}$

57. Se escogen al azar 4 sillas entre 10, de las cuales 6 son defectuosas. Hallar la probabilidad de que 2 exactamente sean defectuosas.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{5}{7}$
d) $\frac{6}{11}$ e) $\frac{3}{7}$

58. Diez libros de los cuales 6 son de física y 4 de química, se colocan al azar en un estante.
Determine la probabilidad de que los libros de física queden juntos.

a) $\frac{1}{21}$ b) $\frac{1}{42}$ c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{5}{42}$ e) $\frac{21}{35}$

59. Una moneda cuyas caras están marcadas con los números 2 y 3, respectivamente, es tirada 5 veces.
¿Cuál es la probabilidad de obtener un total de 12?

a) $\frac{25}{16}$ b) $\frac{5}{16}$ c) $\frac{5}{4}$
d) $\frac{6}{25}$ e) $\frac{5}{6}$

60. Tres varones y dos chicas van al cine y encuentran una fila de 5 asientos juntos en una misma fila donde desean acomodarse.
Determinar cuál es la probabilidad de que las chicas no se sienten juntas.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{5}{8}$
d) $\frac{7}{9}$ e) $\frac{4}{5}$

Claves

01.	a
02.	d
03.	c
04.	b
05.	e
06.	c
07.	b
08.	a
09.	d
10.	b
11.	c
12.	c
13.	c
14.	a
15.	a
16.	a
17.	c
18.	b
19.	a
20.	b
21.	c
22.	a
23.	d
24.	c
25.	d
26.	c
27.	a
28.	a
29.	b
30.	a

31.	e
32.	a
33.	b
34.	e
35.	e
36.	d
37.	e
38.	e
39.	c
40.	a
41.	c
42.	e
43.	b
44.	e
45.	a
46.	c
47.	a
48.	c
49.	d
50.	c
51.	a
52.	c
53.	b
54.	b
55.	e
56.	c
57.	e
58.	b
59.	b
60.	b

Capítulo

18 FRACCIONES

INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

El primer conocimiento acerca de las fracciones se produce hacia el año 2000 a. de C. en Egipto. Los griegos, quince siglos después, elaboraron con acierto las teorías anteriores de egipcios y babilonios e hicieron de ellas una verdadera ciencia.

EL NÚMERO RACIONAL

Según sabemos, las operaciones de suma, resta y multiplicación eran internas en el conjunto de los números enteros. Es decir, el resultado de sumar, restar o multiplicar dos números enteros es siempre un número entero. En cambio, esto no ocurría con la división pues, por ejemplo, el resultado de la división 8 : 3 no es un número entero. Necesitamos por tanto un conjunto mayor de números donde también tenga cabida la división. Este conjunto va a ser el de los números racionales a cuya definición llegaremos en un momento.

Para medir suele ser necesario fraccionar la unidad. De aquí, surge la idea de número fraccionario: la mitad, la tercera parte ... de la unidad. Las fracciones son las expresiones numéricas de los números fraccionarios.

Son números fraccionarios:

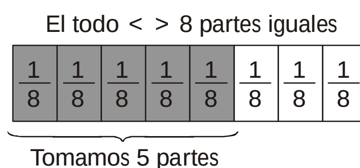
$$\frac{1}{2}\ ;\ \frac{3}{5}\ ;\ \frac{4}{9}\ ;\ \frac{1}{1000}\ ;\ \frac{29}{100}$$

En todas estas fracciones, el numerador (el número que aparece sobre la línea de fracción) es menor que el denominador (el que está debajo) y, por tanto, son partes de la unidad.

> Todo entero es racional y por tanto los números fraccioanrios complementan a los enteros dando lugar, entre todos, al conjunto de los números racionales.
>
> Se le representa por la letra Q y es: $Q=\left\{\frac{a}{b}\ ;\ a,b\in Z \quad y \quad b\neq 0\right\}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FRACCIONES

Dividimos una unidad cualquiera en 8 partes iguales y luego tomamos 5 partes. El rectángulo mostrado representa a dicha unidad. Así tenemos:



Con respecto al total, lo sombreado representa cinco octavos y escribiremos así: $\frac{5}{8}$

EJERCICIOS

01. ¿Cuál de las siguientes fracciones es la mayor?

I. $\frac{2}{3}$ II. $\frac{1}{2}$ III. $\frac{3}{4}$

02. ¿Cuánto le falta a $\frac{2}{5}$ para ser igual a $\frac{5}{8}$?

03. ¿Cuántos cuartos hay en 16?

04. ¿Cuál es la fracción que equidista de $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$?

05. ¿Qué parte de $\frac{7}{9}$ es $\frac{3}{7}$?

06. ¿Cuánto le sobra a $\frac{4}{5}$ para ser igual a $\frac{2}{7}$?

07. En un salón de clase, hay 80 alumnos entre hombres y mujeres. Se sabe, además, que $\frac{3}{5}$ del total son mujeres y de ellas, 20 tienen ojos azules y el resto negros. Además, la cuarta parte de los varones tienen ojos azules y el resto negros.

a) ¿Qué parte del salón tiene ojos azules?
b) ¿Qué parte de las mujeres con ojos azules representan los hombres con ojos azules?

¡No olvidar!
Sea "D" mi dinero.

Gasta		***Queda***
$\frac{2}{5}D$	$\longrightarrow$	
$\frac{3}{8}D$	$\longrightarrow$	
$\frac{19}{25}D$	$\longrightarrow$	
Gana		***Ahora tengo***
$\frac{2}{5}D$	$\longrightarrow$	
$\frac{3}{8}D$	$\longrightarrow$	
$\frac{19}{25}D$	$\longrightarrow$	

08. Emilia va al mercado con cierta cantidad de dinero y gasta $\frac{2}{7}$ de su dinero. Si aún le queda 50 soles, ¿cuánto llevó al mercado?

09. María tiene 120 soles y compra una licuadora gastando $\frac{3}{5}$ de su dinero; luego compra una plancha gastando $\frac{2}{3}$ del resto. ¿Cuánto dinero le quedó después de comprar la plancha?

REDUCCIÓN A LA UNIDAD DE TIEMPO

10. Sebastián hace una obra en 4 días y Alessandro hace la misma obra en 6 días, ¿en qué tiempo terminarán la obra si trabajan juntos?

11. Alex y Rommel hacen una obra. Si Alex, trabajando solo demora 6 días, ¿en qué tiempo harán juntos la obra, si Rommel es el doble de eficiente que Alex?

12. Geraldine hace una obra en 8 días y Diana la misma obra en 10 días. Geraldine empieza la obra y 2 días después recibe la ayuda de Diana, terminando juntas la obra. ¿En qué tiempo se concluyó toda la obra?

MEZCLA

13. Se mezclan 18 litros de vino puro con 12 litros de agua. Se extrae de estas mezcla 10 litros y se reemplaza lo extraído por agua; luego se extrae 5 litros de la nueva mezcla y también se reemplaza por agua. ¿En qué relación están al final el vino y el agua?

14. De un barril lleno de vino (100 litros en total), se extrae en sucesión $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ y cada vez que se extrae se va reemplazando por agua.
¿Cuántos litros de vino quedó al final?

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. ¿A cuántos tercios es igual 27?

a) 81 b) $\frac{81}{2}$ c) 9

d) $\frac{27}{3}$ e) 18

02. ¿Cuánto le falta a $\frac{2}{3}$ para ser igual al cociente de $\frac{2}{3}$ entre $\frac{3}{4}$?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{9}$ d) No le falta nada

e) Es mayor que el cociente

03. Si me deben una cantidad igual a los $\frac{5}{9}$ de 720 y me pagan los $\frac{5}{8}$ de lo que me deben, ¿cuánto me deben aún?

a) 150 b) 100 c) 125
d) 200 e) 120

04. Después de sacar de un tanque 1600 litros de agua, el nivel de la misma descendió de $\frac{2}{5}$ a $\frac{1}{3}$. ¿Cuántos litros había que añadir para llenar el tanque?

a) 32000 ℓ b) 48000 ℓ
c) 24000 ℓ d) 16000 ℓ
e) 12000 ℓ

05. Una propiedad es de 2 hermanos. La parte del primero es $\frac{7}{16}$ de la propiedad y el valor de la parte correspondiente al otro hermano es S/. 63000.
¿Qué valor tiene la propiedad?

a) S/. 120000 b) S/. 150000
c) S/. 108000 d) S/. 112000
e) S/. 140000

06. ¿Cuál es el quebrado cuyo valor es mayor que $\frac{1}{7}$ pero menor que $\frac{1}{6}$?
Se sabe que su denominador es 84.

a) $\frac{11}{84}$ b) $\frac{13}{84}$ c) $\frac{15}{84}$

d) $\frac{12}{84}$ e) $\frac{14}{84}$

07. El denominador de una fracción excede al numerador en 6. Si el denominador aumenta en 4, el valor de la fracción sería $\frac{1}{6}$. Entonces dicha fracción es:

a) $\frac{3}{9}$ b) $\frac{2}{8}$ c) $\frac{8}{14}$

d) $\frac{4}{10}$ e) $\frac{5}{11}$

08. ¿Cuál es la fracción ordinaria que resulta triplicada si se agrega a sus dos términos su denominador?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{13}$ c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{5}{13}$ e) $\frac{2}{9}$

09. Andrea puede hacer una obra en 8 días y Belinda la misma obra en 12 días. ¿En qué tiempo terminarán la obra si es que trabajan juntas?

a) 4,4 días. b) 4,8 días.
c) 2,5 días. d) 2 días.
e) 2 días, 20 horas.

10. Xiomara hace un trabajo en 12 días y Diego hace el mismo trabajo en 60 días. Después de trabajar juntos durante 2 días, se retira Xiomara. ¿En qué tiempo terminará Diego la parte que falta?

a) 25 días b) 36 días
c) 50 días d) 14 días
e) 48 días

11. De un depósito de 64 litros de vino y 16 litros de agua, se extraen 20 litros de la mezcla y se reemplaza con agua y nuevamente se sacan 20 litros de la nueva mezcla y son reemplazadas por agua.
¿Cuántos litros de vino y de agua hay en la última mezcla?

a) 30 y 50 b) 48 y 32
c) 36 y 44 d) 27 y 53
e) 34 y 46

12. Betty distraída, como siempre, perdió $\frac{2}{7}$ del dinero que le encargaron. ¿Qué parte de lo que queda servirá para reponer lo perdido?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{7}$
d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{5}{7}$

13. En una fiesta la $\frac{1}{5}$ parte del número de hombres es igual a los $\frac{7}{9}$ del número de mujeres. ¿Qué parte de los reunidos representan las mujeres?

a) $\frac{9}{22}$ b) $\frac{17}{40}$ c) $\frac{3}{20}$
d) $\frac{5}{27}$ e) $\frac{9}{44}$

14. Federico puede hacer una obra en 12 días y Américo puede hacer la misma obra en 10 días. Federico empieza la obra durante 4 días, luego recibe la ayuda de Américo, terminando juntos la obra.
¿En qué tiempo terminarán la parte que falta de la obra?

a) $7\frac{3}{11}$ b) $3\frac{2}{3}$ c) $3\frac{7}{11}$
d) 3 e) $3\frac{1}{2}$

15. Una persona ya avanzó $\frac{1}{5}$ de su recorrido. ¿Qué fracción de lo que le falta debe avanzar para llegar a los $\frac{8}{15}$ del recorrido?

a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{6}{13}$ c) $\frac{8}{15}$
d) $\frac{7}{12}$ e) $\frac{5}{13}$

16. De los tres caños que fluyen a un estanque, uno de ellos lo puede llenar sólo en 36 horas, otro en 30 horas y el otro en 20 horas; abriendo los tres caños a la vez, ¿en cuánto tiempo se llenarán las $\frac{2}{3}$ partes del estanque?

a) 4 horas b) 5 horas
c) 6 horas d) 5 horas 30 minutos
e) 6 horas 30 minutos

17. Se llena un recipiente de 8 litros con 5 litros de alcohol y el resto con agua. Se utiliza una cuarta parte de la mezcla y se reemplaza con agua.
¿Cuántos litros de alcohol queda en el recipiente?

a) 2,5 ℓ b) 2 ℓ c) 1,5 ℓ
d) 3 ℓ e) 3,75 ℓ

18. Las $\frac{5}{6}$ partes de un estanque está lleno con agua, si se extrae los $\frac{3}{8}$ del contenido, ¿qué parte del estanque quedó vacío?

a) $\frac{23}{48}$ b) $\frac{5}{48}$ c) $\frac{15}{48}$
d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{25}{48}$

19. En una aula de TRILCE hay 60 estudiantes, las $\frac{2}{5}$ partes tienen mochilas. ¿Qué fracción de los que no tienen mochilas, tienen mochilas?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{5}{3}$

20. Los $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{9}$ del triple de A es igual a los $\frac{2}{15}$ de A^2.
Hallar el valor de A.

a) 2 b) 7 c) 5
d) 3 e) 8

21. Laura es el triple de rápida que Luis. Si juntos hacen una obra en 24 días, ¿en qué tiempo la haría Luis trabajando solo? (En días)

a) 25 b) 96 c) 32
d) 100 e) 50

22. Un caño A llena un recipiente en 5 horas, un caño B lo llena en 8 horas, mientras que el desagüe C lo vacía en 6 horas. Si se abren los 3 a la vez estando el recipiente lleno hasta la $\frac{1}{3}$ parte, ¿en cuánto tiempo terminará de llenarse?

a) $6\frac{6}{19}$ b) $4\frac{4}{19}$ c) $\frac{17}{120}$
d) 3 e) 4

23. De un frasco lleno de ácido, se extrae la cuarta parte, que se reemplaza con agua; después, se vacía las $\frac{3}{4}$ partes y se llena con agua, pero sólo hasta las $\frac{2}{3}$ de su capacidad. ¿En qué relación están mezclados al final el ácido y el agua?

a) $\frac{3}{16}$ b) $\frac{23}{48}$ c) $\frac{16}{23}$
d) $\frac{9}{23}$ e) $\frac{23}{9}$

24. Si el largo de un rectángulo disminuye en un quinto y el ancho aumenta en su mitad, ¿qué parte es el área inicial respecto del área final?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{6}$
d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{8}$

25. De un frasco lleno de ácido, se extrae la $\frac{1}{5}$ parte y se reemplaza por agua; después se vacía la $\frac{1}{4}$ parte y se llena con agua, pero esta vez sólo hasta los $\frac{5}{6}$ de su capacidad. ¿En qué relación están mezclados al final el agua y el ácido?

a) $\frac{7}{16}$ b) $\frac{7}{18}$ c) $\frac{5}{18}$
d) $\frac{7}{19}$ e) $\frac{5}{19}$

26. Un albañil y su ayudante pueden hacer una obra en 12 días. Después de haber trabajado juntos durante 6 días, se retira el ayudante y el albañil termina lo que le falta de la obra en 10 días. ¿En cuántos días puede hacer el ayudante toda la obra trabajando solo?

a) 25 b) 45 c) 20
d) 30 e) 28

27. Se extraen 400ℓ de un tanque que estaba lleno hasta sus $\frac{2}{3}$, quedando hasta sus $\frac{3}{5}$. ¿Cuántos litros faltan para llenar el tanque?

a) 3600ℓ b) 6000ℓ c) 1200ℓ
d) 2400ℓ e) 2000ℓ

28. La distancia entre Lima y Trujillo es de 540 Km. A los $\frac{2}{3}$ de la carretera, a partir de Lima, está situada la ciudad de Casma; a la quinta parte de la distancia entre Lima y Casma, a partir de Lima, se encuentra la ciudad de Chancay. ¿Cuál es la distancia entre Chancay y Casma?

a) 288 Km b) 72 Km
c) 360 Km d) 432 Km
e) 180 Km

29. Walter y Martín pueden terminar una obra en 12 días. Después de haber trabajado juntos 4 días, Walter cae enfermo y Martín acaba el trabajo en 40 días. Si Walter hubiera trabajado solo. ¿En cuántos días hubiera hecho la obra?

a) 24 b) 15 c) 40
d) 30 e) 60

30. Si a los términos de $\frac{2}{5}$ le aumentamos 2 números que suman 700 resulta una fracción equivalente a la original. ¿Cuáles son los números?

a) 200 y 500 b) 200 y 600
c) 150 y 550 d) 100 y 600
e) 250 y 450

31. En un salón de 50 alumnos, se observa que la séptima parte de las mujeres son rubias y la onceava parte de los hombres usan lentes. ¿Cuántos hombres no usan lentes?

a) 22 b) 28 c) 2
d) 20 e) 4

32. El producto de los dos términos de una fracción es 216. Hallar la fracción si es equivalente a $\frac{2}{3}$.
Dar como respuesta la diferencia de los términos.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

33. Un automovilista observa que $\frac{1}{5}$ de lo que ha recorrido equivale a $\frac{3}{5}$ de lo que le falta por recorrer, ¿cuántas horas habrá empleado hasta el momento, si todo el viaje lo hace en 12 horas?

a) 9 b) 4 c) 7
d) 3 e) 5

34. Tres hombres hacen un trabajo en 4 días.Sabiendo que el primero sólo lo haría en 9 días y el segundo en 12. ¿Qué tiempo tardaría el tercero trabajando solo? (en días)

a) 16 b) 20 c) 18
d) 15 e) 24

35. A y B pueden realizar cierto trabajo en 4 días. B y C pueden hacerlo en 6 días y A y C pueden efectuarlo en 8 días.
¿Qué tiempo utilizarán los tres juntos en realizar ese trabajo?

a) 3d b) 4 c) $3\frac{9}{13}$
d) $3\frac{1}{2}$ e) $1\frac{11}{13}$

36. Una cañería llena una piscina en 4 horas y otra la puede dejar vacía en 6 horas.
¿En qué tiempo puede llenarse la piscina, si la cañería de desagüe se abre 1 hora después?

a) 11 horas b) 12 horas
c) 9 horas d) 10 horas
e) 13 horas

37. Silvia viajó en avión de Lima a Miami (vuelo en línea recta). Después de la mitad del recorrido se quedó dormida y cuando despertó aún le faltaba recorrer la mitad del camino que recorrió mientras dormía.
¿Qué parte de la distancia entre Lima y Miami viajó dormida?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

38. Un paño está dividido en 3 partes iguales: principio, medio y fin. Si los $\frac{4}{7}$ del principio y los $\frac{2}{5}$ del final son negros y el resto blanco, halle cuánto mide $\frac{1}{6}$ del medio, si la parte blanca mide 12.

a) $\frac{420}{71}$ b) 2 c) 25
d) $\frac{70}{71}$ e) 0,9

39. En un salón de "x" alumnos, $\frac{2}{3}$ dieron examen y los $\frac{3}{7}$ de estos aprobaron, de los cuales sólo $\frac{1}{4}$ tuvieron notas mayores que 15.
¿Cuántos dieron examen, si los que tienen notas arriba de 15 son 6?

a) 84 b) 56 c) 28
d) 14 e) 16

40. En una reunión habían 240 personas. Se fueron los $\frac{3}{5}$ y luego los $\frac{5}{8}$ de los que quedaban. ¿Cuántos quedan finalmente en la reunión?

a) 54 b) 36 c) 32
d) 48 e) 24

41. Hallar una fracción tal que si le agregamos su cubo, la suma que resulta es igual al cubo de la misma fracción multiplicada por $\frac{34}{9}$.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{8}{17}$
d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{3}{7}$

42. Un recipiente está vacío $\frac{3}{4}$ de lo que está lleno. Se extrae $\frac{3}{5}$ de lo que no se extrae, quedando sólo 25 litros. Hallar la capacidad del recipiente.

a) 70 L b) 72 L c) 84 L
d) 68 L e) 64 L

43. Desiré gasta $\frac{1}{3}$ del dinero que tiene y gana $\frac{1}{3}$ de lo que queda. Si ha perdido en total 12 dólares, ¿cuánto tenía al principio?

a) 108 b) 120 c) 144
d) 132 e) 54

44. ¿Cuántos litros de vino hay que agregar a un barril donde hay 5 litros de vino por cada 4 litros de agua, para que resulte una mezcla de 180 litros; en donde por cada 9 litros de mezcla hay 7 litros de vino?

a) 70 b) 80 c) 90
d) 75 e) 100

45. Se vende un televisor al contado; con los $\frac{2}{3}$ del importe se compra una plancha y con las $\frac{3}{7}$ del resto, un juguete; lo que queda se deposita en el banco.
¿Cuánto se depositó en el banco, si la plancha y el juguete juntos costaron 765?

a) 150 b) 160 c) 185
d) 180 e) 196

46. Yo poseo los $\frac{3}{5}$ de una hacienda llamada "Paraíso". Si vendo $\frac{5}{8}$ de mi parte; cCuáles son correctas?

I. Me quedan $\frac{9}{40}$ de la hacienda.
II. Me quedan los $\frac{5}{8}$ de mi parte.
III. Vendí menos de $\frac{1}{4}$ del total de la hacienda.

a) Sólo I. b) Sólo II.
c) Sólo III. d) I y II.
e) II y III.

47. Se distribuyó 300ℓ de gasolina entre 3 depósitos, en partes iguales. El primero se llena hasta sus $\frac{3}{5}$ y el segundo hasta los $\frac{3}{4}$. ¿Qué fracción del tercer depósito se llenará si su capacidad es la suma de las capacidades de los 2 primeros?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{27}{20}$
d) $\frac{11}{15}$ e) $\frac{1}{4}$

48. Se tiene un barril lleno de vino. Se sacan 9 litros y se reemplazan por agua, pero se sacan 9 litros de la nueva mezcla y también se reemplazan por agua. Si finalmente la relación entre la cantidad de vino y agua es como 4 es a 5, hallar la capacidad del barril.

a) 21ℓ b) 24ℓ c) 18ℓ
d) 30ℓ e) 27ℓ

49. Si de un depósito que está lleno $\frac{1}{3}$ de lo que no está lleno, se vacía $\frac{1}{8}$ de lo que no se vacía. ¿Qué parte del volumen del depósito quedará con líquido?

a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{8}{27}$

50. ¿Cuántas fracciones propias e irreductibles de denominador 250 existen, tal que su número sea de 3 cifras?

a) 60 b) 45 c) 10
d) 30 e) 70

51. Un tranvía parte con cierto número de pasajeros. En el primer paradero deja la tercera parte, en el segundo suben 65 pasajeros, en el tercero bajan los $\frac{3}{5}$ de lo que lleva, en el cuarto suben 50 pasajeros y en el trayecto al quinto paradero deja los $\frac{3}{8}$ de los que lleva, llegando a este con 80 pasajeros.
Determine, con cuántos pasajeros partió:

a) 200 b) 195 c) 300
d) 190 e) 320

52. Tres tuberías "A", "B" y "C" funcionando juntas, pueden llenar la mitad de un tanque en cuatro horas. Si funcionan sólo "A" y "B", pueden llenar todo el estanque en 10 horas; y si funcionan "B" y "C", lo llena en 15 horas.
¿En cuántas horas llenará la tercera parte del tanque la tubería "B", si funciona sola?

a) 12 horas b) 8 horas
c) 6 horas d) 9 horas
e) 3 horas

53. Se tiene 2 cajas de fósforos: se usa de la primera $\frac{3}{8}$ del total y de la segunda $\frac{2}{7}$ del total. Los fósforos usados en la primera son 13 más que de la segunda y queda en la segunda caja $\frac{4}{7}$ de fósforos que queda en la primera.
¿Cuántos fósforos tiene cada caja?

a) 56 y 28 b) 19 y 14
c) 28 y 56 d) 14 y 19
e) 30 y 12

54. De un recipiente, se sabe que está vacío los $\frac{2}{3}$ de lo que no está vacío. Luego se extrae $\frac{2}{5}$ de lo que no se extrae y finalmente no se elimina $\frac{1}{4}$ de lo que se elimina. Si luego de esto quedó 15 litros de agua, ¿qué capacidad del recipiente estuvo vacío al comienzo?

a) $35\,\ell$ b) $70\,\ell$ c) $10\,\ell$
d) $175\,\ell$ e) $75\,\ell$

55. Un obrero puede hacer una obra en 9 día;, luego de 4 días recibe un ayudante, terminando la obra en 2 días. El ayudante trabajando solo, ¿cuántos días emplearía en hacer la obra?

a) 5 b) 6 c) 8
d) 12 e) 18

56. Una persona demora 80 s, en llegar al segundo nivel del aeropuerto, subiendo por la escalera mecánica detenida. Si la escalera estuviera en movimiento y la persona detenida demora 48 s, ¿cuánto demoraría si camina sobre la escalera en movimiento?

a) 15 s b) 45 s c) 20 s
d) 30 s e) 10 s

57. Dos albañiles pueden construir un muro en 20 días; pero trabajando por separado, uno tardaría 9 días más que el otro.
¿Qué tiempo tardará este otro?

a) 36 días b) 40 días
c) 45 días d) 48 días
e) 54 días

58. Un galón de pintura rinde para $30m^2$. Si con los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{3}{4}$ de 8 galones se ha pintado los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{4}{5}$ de una pared, ¿cuál es la superficie de dicha pared?

a) $720m^2$ b) $270m^2$
c) $135m^2$ d) $13,5m^2$
e) $15,5m^2$

59. En un corral, la relación entre el número de pollos y el número de gallinas es como 3 es a 5 respectivamente. Si se mueren $\frac{1}{3}$ del número de aves, del cual $\frac{2}{3}$ son pollos y el resto gallinas, ¿cuál sería la nueva relación entre el número de pollos y gallinas?

a) $\frac{19}{29}$ b) $\frac{29}{19}$ c) $\frac{13}{21}$
d) $\frac{3}{13}$ e) $\frac{11}{37}$

60. He gastado los $\frac{5}{8}$ de mi dinero. Si en lugar de gastar los $\frac{5}{8}$ hubiera gastado los $\frac{2}{5}$ de mi dinero, tendría ahora 72 soles más de lo que tengo. ¿Cuánto no gasté?

a) S/. 100 b) S/. 10 c) S/. 120
d) S/. 125 e) S/. 130

Claves

01.	a
02.	c
03.	a
04.	d
05.	d
06.	b
07.	b
08.	c
09.	b
10.	e
11.	c
12.	d
13.	e
14.	c
15.	a
16.	c
17.	e
18.	a
19.	a
20.	d
21.	b
22.	b
23.	d
24.	c
25.	b
26.	d
27.	d
28.	a
29.	b
30.	a

31.	d
32.	c
33.	a
34.	c
35.	c
36.	d
37.	d
38.	d
39.	b
40.	b
41.	b
42.	a
43.	a
44.	c
45.	d
46.	a
47.	a
48.	e
49.	b
50.	a
51.	b
52.	b
53.	a
54.	b
55.	d
56.	a
57.	c
58.	e
59.	c
60.	d

Capítulo

19 PORCENTAJES

TANTO POR CUANTO

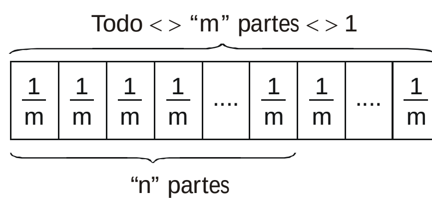
Definición: Es el número de partes iguales que se toman de la unidad, dividida en cualquier número de partes iguales.

Notación:

$\frac{n}{m}$ → Partes que se toman (Tanto) / Total de partes (Cuanto)

Se lee: "El ***n*** por ***m***", esto significa que se toman "n" partes por cada "m" partes.

Se representa:



O sea: $n \times \frac{1}{m} = \frac{n}{m}$

Ejemplos:

01. Calcular el 5 por 8 de 24.

Resolución:

02. ¿Qué tanto por siete de 21 es igual a 30?

Resolución:

TANTO POR CIENTO

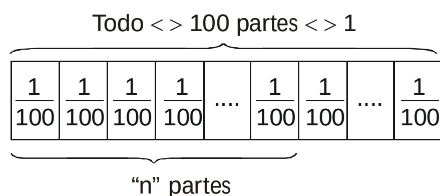
Definición: Es el número de partes iguales que se toman de cada 100 partes iguales, en que ha sido dividida la unidad.

Notación:

$$\frac{n}{100} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Partes que se toman (Tanto)} \\ \rightarrow \text{Total de partes (Cien)} \end{array}$$

Se lee: "El ***n*** por ciento", esto significa que se toman "n" partes por cada 100 partes.

Se representa:



O sea:

$$n \times \frac{1}{100} = \frac{n}{100}$$
$$\downarrow$$
$$n \times \% = \frac{n}{100}$$

$$n\% = \frac{n}{100}$$

OBSERVACIONES:

* Toda cantidad inicial representa el 100% de sí misma.
* A todo aumento porcentual se le suma el 100%.
* A todo descuento porcentual se le resta del 100%.
* El 100% equivale a la unidad.

APLICACIÓN DEL TANTO POR CIENTO

Cuando se aplica el tanto por ciento (a%) a una cantidad (b) resulta.

$$a\%\,(b) = c$$

Se lee: "El a por ciento de b es c".

Se escribe: $\frac{a}{100}(b) = c$

Ejemplos:

01. El 80% de 90 es :

    Resolución:

02. En el 5to. C del Colegio TRILCE hay 45 alumnos, de los cuales el 20% son mujeres. ¿Cuántos hombres hay en dicho salón?

    Resolución:

PORCENTAJE DE PORCENTAJE

Las palabras : "de, del y de los" significa matemáticamente multiplicación.

Ejemplos

01. El 20% del 80% de 400 es:

Resolución:

02. ¿Qué porcentaje del cuádruple de la mitad del 60% de un número es el 30% de los $\frac{2}{5}$ del número?

Resolución:

DESCUENTOS Y AUMENTOS SUCESIVOS

Ejemplos:

01. Dos descuentos sucesivos del 30% y 40%. ¿A qué descuento inicial equivale?.

Resolución:

02. Tres incrementos sucesivos del 20%, 30% y 50%. ¿A qué único aumento equivale?.

Resolución:

VARIACIÓN PORCENTUAL

Toda cantidad constante que multiplica o divida se elimina, trabajando así con la parte resultante (las variables).

Ejemplos:

01. Si N aumenta en 20%, ¿en qué porcentaje aumenta la siguiente expresion?

$$E = \frac{3\pi N^2}{\text{Sen}30º}$$

Resolución:

02. El área del triángulo disminuye en un 28%, a pesar de que su altura aumenta en 60%.
¿En qué porcentaje disminuye la base?

Resolución:

MEZCLA PORCENTUAL

Ejemplos:

01. ¿Cuántos litros de agua se debe añadir a 10 litros de alcohol que es 95% puro, para obtener una solución que sea 50% puro?

Resolución:

02. Se mezclan 30 litros de alcohol al 80% con 20 litros de alcohol al 50%.
La concentración de la mezcla final es :

Resolución:

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Calcular el 20% del 30% del 80% del 50 por 80 de 8000.

a) 240 b) 270 c) 250
d) 280 e) 260

02. Tenía 20 lápices. Di a mi hermano Enrique el 30%, a mi primo Orlando el 20% y a mi amigo Héctor el 10%. ¿Cuántos lápices me quedaron?

a) 8 b) 14 c) 10
d) 16 e) 12

03. Actualmente Carmen tiene "x" años, dentro de 5 años, su edad habrá aumentado, en 20%.
¿Cuál es su edad actual?

a) 20 b) 35 c) 25
d) 36 e) 30

04. En una reunión, el 25% son hombres y el resto mujeres. Si se retiran 40% de los hombres y el 50% de las mujeres, ¿qué porcentaje de las mujeres que quedan representan los hombres que quedan?

a) 60% b) 67,6% c) 65,6%
d) 68,6% e) 40%

05. En la Academia, el 40% son mujeres, el 30% de mujeres y el 70% de hombres van de paseo. Luego, el porcentaje de alumnos que no van al paseo es:

a) 42% b) 48% c) 44%
d) 40% e) 46%

06. Dos descuentos sucesivos del 20% y 30%, seguidos por un incremento de 50%, ¿a qué único aumento o descuento equivale?

a) – 16% b) + 2% c) – 12%
d) + 16% e) – 8%

07. Si el largo de un rectángulo aumenta en 50%, ¿en qué porcentaje se debe reducir su ancho para que su área se incremente en 5%?

a) 20% b) 10% c) 40%
d) 30% e) 5%

08. Se tiene 20 litros de una mezcla de agua y sal al 15% de sal. Para obtener una mezcla al 60% de sal.
¿Qué cantidad de agua se debe evaporar?

a) 12 L b) 15 L c) 10 L
d) 8 L e) 13 L

09. Si el área de un círculo disminuye 19%, ¿en qué porcentaje disminuye su radio?

a) 10% b) 20% c) 15%
d) 8% e) 19%

10. Un granjero de pollos tiene 1000 huevos. El 4% de éstos se rompen y se encuentra que el 5% de los restantes son defectuosos.
¿Cuántos huevos pueden venderse en el mercado?

a) 300 b) 912 c) 738
d) 684 e) 673

11. Si la longitud de una circunferencia disminuye 30%, ¿En qué porcentaje disminuye el área de su círculo?.

a) 64% b) 30% c) 70%
d) 51% e) 49%

12. Si 20 litros de agua contiene 30% de sal, ¿cuánto de agua se debe evaporar para que la nueva solución contenga 80% de sal?

a) 10,5 L b) 12,5 L c) 11,5 L
d) 13,5 L e) 10,0 L

13. Si la base de un triángulo disminuye en 30%, la altura aumenta en 10%.
¿En qué tanto por ciento varía el área?

a) 20% b) 22% c) 21%
d) 24% e) 23%

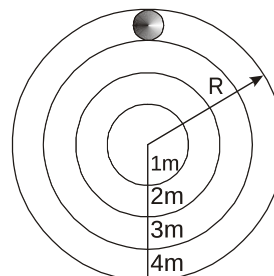
14. Una señora lleva 2000 vasos de vidrio al mercado y encuentra que el 10% estaba astillado, y sólo pudo vender el 60% de los buenos.
¿Cuántos quedaron sin vender?

a) 970 b) 920 c) 720
d) 780 e) 1080

15. Si la base de un triángulo aumenta 20% y la altura disminuye 40%, ¿en qué porcentaje varía su área?

a) Aumenta 72% b) Disminuye 28%
c) Disminuye 30% d) Aumenta 28%
e) Disminuye 72%

16. ¿En qué porcentaje aumenta el área del círculo sombreado, si R aumenta 40%?

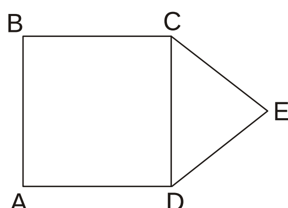


a) 69% b) 40% c) 96%
d) 72% e) 80%

17. Si el área de una esfera aumenta 21%, ¿en qué porcentaje varía su volumen?

a) 133,1% b) 36% c) 25,5%
d) 25% e) 33,1%

18. Si el lado del cuadrado ABCD disminuye 40%, su área disminuye $256cm^2$.
Hallar el perímetro del triángulo equilátero CDE inicialmente.



a) 30 m b) 60 m c) 36 m
d) 48 m e) 72 m

19. Si "A" aumenta 44% y "B" disminuye 20%, ¿cómo varía la siguiente expresión?

$$\frac{3\pi A^{\frac{1}{2}} \cdot 2B\sqrt{3}}{Sen45^{o}}$$

a) – 2% b) – 8% c) – 4%
d) – 6% e) – 9%

20. El 7 por 12 de una cantidad es 84. Si lo expresamos en tanto por ciento, 36 equivaldrá al :

a) 20% b) 36% c) 25%
d) 30% e) 28%

21. La suma de tres números A, B y C es 1870. A es el 30% de B, si B; y C disminuyen en un 80% y 50%, respectivamente, se hacen iguales.
Calcular el mayor de los números.

a) 1000 b) 1300 c) 1100
d) 1400 e) 1200

22. Un automóvil demora normalmente un cierto tiempo para llegar de A a B; pero llegaría en 2 horas menos si variase su velocidad en un 40%.
¿Cuánto tarda este automóvil en llegar normalmente de A a B?

a) 3 h b) 9 h c) 5 h
d) 6 h e) 7 h

23. Un hombre al morir dispone que de su fortuna, que asciende a $20000, se entregue el 35% a su hermano mayor y, el 40% del resto a su hermano menor; lo restante a un asilo.
¿Cuánto correspondió al asilo?

a) S/. 7200 b) S/. 7800
c) S/. 7400 d) S/. 7600
e) S/. 7500

24. Si gastara el 30% del dinero que tengo y ganara el 28% de lo que me quedaría, perdería 156. ¿Cuánto tengo?

a) S/. 1200 b) S/. 1500
c) S/. 1300 d) S/. 1600
e) S/. 1400

25. En una reunión de jóvenes, el 40% son mujeres. Si el número de mujeres aumenta en 30% y el de los hombres en 20%, ¿en qué porcentaje aumentó el total de los alumnos?

a) 10% b) 12% c) 18%
d) 24% e) 20%

26. En una reunión, el 40% son hombres y el resto son mujeres. Después ingresan 70 hombres y salen 20 mujeres, entonces el número de hombres es el 60% del nuevo total.
¿Qué porcentaje del nuevo total de damas son las personas que ingresaron después?

a) 65% b) 60% c) 72%
d) 75% e) 70%

27. La cantidad de onzas de agua que debe añadirse a 9 onzas de una mezcla de alcohol y agua al 50%, para que resulte una concentración al 30% de alcohol, es:

a) 6 onzas b) 5 onzas
c) 4 onzas d) 8 onzas
e) 7 onzas

28. Se tiene 10 litros de solución alcohólica al 40% de pureza. Para obtener una solución al 60% de pureza. ¿Qué volumen de solución al 70% de pureza se debe agregar?

a) 10 L b) 18 L c) 15 L
d) 24 L e) 20 L

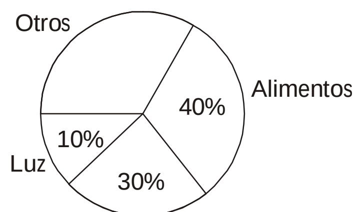
29. Si el radio de un cono se incrementa en 10%, ¿en qué porcentaje varía su volumen?

a) 11% b) 15% c) 17%
d) 21% e) 23%

30. Un vendedor vende 2 caballos a S/. 6000 cada uno, ganando en el primero el 20% y en el segundo pierde el 20% del precio de compra.
¿Gana o pierde y cuánto?

a) Gana S/. 1000
b) Pierde S/. 1000
c) Gana S/. 5000
d) Pierde S/. 500
e) No gana ni pierde.

31. El gráfico muestra la distribución de los gastos de un hogar. Si del sector de alimentación el 25% corresponde a carnes, ¿cuántos grados corresponde al sector carnes?



a) 10º b) 18º c) 25º
d) 36º e) 72º

32. En una reunión había 25 parejas bailando, además 30 hombres y 20 mujeres sentados.
Indicar V o F.
( ) El 45% de los reunidos son mujeres.
( ) El 50% de los que no bailan son los hombres que bailan.
( ) Los que bailan son el 100% de los que no bailan.

a) VFV b) VVF c) VVV
d) FVF e) FFF

33. Dos artículos "A" y "B" se venden cada uno de ellos en 1200 soles, ganando en el primero el 20% de su costo y perdiendo en el segundo el 20% de su costo.
¿En dicho negocio se ganó o perdió y cuánto?

a) Gana S/. 100
b) Gana S/. 80
c) Pierde S/. 100
d) Pierde S/. 80
e) Ni gana ni pierde.

34. El x% del y% de una cantidad es su décima parte, y el y% de 1000 excede al x% de 1000 en 300.
Hallar el x% de (y + 450).

a) 10 b) 20 c) 100
d) 50 e) 250

35.Si "a" es el 10% de la suma de "c" y "d"; además "c" representa el 20% de la suma de "a" y "d".
Calcular "a : c".

a) 12 : 11 b) 11: 12 c) 6 : 11
d) 6 : 7 d) 11 : 6

36. En una reunión, los hombres exceden en 50% a las mujeres, si las mujeres aumentan en 5%.
¿En qué porcentaje deben aumentar los hombres para que el total de personas aumente en 20%?

a) 30% b) 20% c) 40%
d) 80% e) 70%

37. Un comerciante importaba cierto artículo de EE.UU. y lo vendía a 39 soles, ganando un 20%; cuando podría adquirir dólares a S/. 6,5. Ahora tiene que pagar 14 soles por dólar y además el precio de fábrica ha aumentado en un 10%.
¿A qué precio deberá vender en la actualidad dicho artículo, para que su ganancia sea el 30%?

a) 108,1 b) 101,1 c) 101,3
d) 100,1 e) 100,2

38. En una reunión hay 100 personas de las cuales el 70% son mujeres. ¿Cuántas parejas deben llegar a la reunión para que el número de hombres sea el 60% de las mujeres?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 25

39. Se tiene 20 litros de una solución que contiene alcohol y agua al 60% de alcohol.
¿Cuántos litros de agua se deben agregar para tener una nueva solución al 48% de alcohol?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

40. En una oficina hay 16 personas de las cuales el 25% son mujeres. Si se desea que el 60% del personal sean hombres, ¿cuántas mujeres se deben contratar?

a) 6 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

41. Un comerciante recarga el precio de un artículo en un 25% de su costo. Si al vender hace un descuento del 12%, ¿cuál es el porcentaje de utilidad?

a) 18% b) 32% c) 8%
d) 10% e) 13%

42. A José, después de haber perdido S/. 200 le queda el 80% del dinero que tenía.
¿Qué cantidad debe recibir José para tener S/. 1200?

a) S/. 200 b) S/. 250 c) S/. 300
d) S/. 500 e) S/. 400

43. Se tienen 3 mezclas alcohólicas, la segunda y la tercera en cantidades iguales y con 60% y 20% de pureza respectivamente. Si el agua y el alcohol de la primera, la echamos en la segunda y en la tercera respectivamente, éstas dos últimas resultarían con 50% de pureza. Entonces el porcentaje de pureza de la primera es :

a) 25% b) 60% c) 70%
d) 75% e) 40%

44. Se tiene 30 litros de alcohol al 30%, el 40% de esta mezcla se echa a un recipiente que contiene cierta cantidad de agua de modo que se obtiene alcohol al 20%.
¿Cuántos litros de agua contiene este recipiente?

a) 6 L b) 9 L c) 7 L
d) 10 L e) 8 L

45. Si la base de un rectángulo aumenta en 10% y el área no varía es porque la altura disminuye en :

a) $9\frac{1}{11}\%$ b) $10\frac{1}{11}\%$
c) $8\frac{1}{11}\%$ d) $11\frac{1}{11}\%$
e) $7\frac{1}{11}\%$

46. Vendí un artículo en S/. 600 ganando el 20% del costo, ¿cuánto me costó este artículo?

a) S/. 400 b) S/. 550 c) S/. 450
d) S/. 480 e) S/. 500

47. Si un comerciante dice que gana el 40% del precio de venta, ¿qué porcentaje del costo está ganando?

a) $65\frac{1}{3}\%$ b) $66\frac{2}{3}\%$
c) $54\frac{2}{3}\%$ d) $66\frac{1}{5}\%$
e) $67\frac{1}{4}\%$

48. Dos recipientes A y B contienen vino. El recipiente A está lleno en su mitad, B en un tercio de su volumen. Se completan las capacidades de A y B con agua, vertiéndose las mezclas en un tercer recipiente C. Sabiendo que la cantidad de B es el doble que la de A, determinar el porcentaje de vino que contiene la mezcla en C. (aprox)

a) 36 b) 51 c) 54
d) 61 e) 39

49. Un tirador debe acertar en total el 60% de los disparos que realiza. Le dan 85 balas y ya ha disparado 45, consiguiendo 19 aciertos. ¿Qué porcentaje de las balas que queda debe acertar para cumplir el porcentaje requerido?

a) 60% b) 70% c) 68%
d) 80% e) 90%

50. Se tiene una mezcla de alcohol y agua, donde el 25% es de alcohol. Si agregamos 12L de alcohol puro, quedará una mezcla al 50% de alcohol.
¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

a) 12 b) 6 c) 8
d) 18 e) 15

51. De la mesa de un laboratorio se toma un recipiente que contiene 40 litros de alcohol al 10% y se vierte todo el contenido en un segundo recipiente que contenía 10 L de alcohol al 20%. Si luego se agregó 38 litros de alcohol puro.
¿Qué tanto por ciento de la mezcla final no es alcohol puro?

a) 48% b) 64% c) 40%
d) 54% e) 50%

52. En una reunión el 30% son mujeres, de las cuales las casadas son el doble de las solteras, si hay tantas personas casadas como el número de hombres.
¿Qué porcentaje de los hombres son casados?

a) 50% b) 60% c) 70%
d) 71,4% e) 72,4%

53. Una rueda de caucho tiene un diámetro exterior de 25 pulgadas cuando el radio disminuye en un cuarto de pulgada. Entonces el número de revoluciones que la rueda dará en una milla...

a) Se aumenta en 2%.
b) Se aumenta en 20%.
c) Se aumenta en 1%.
d) Se aumenta en $\frac{1}{2}\%$.
e) Permanece constante.

54. Una tela al lavarse se encoge el 10% en el ancho y el 20% en el largo, si se sabe que la tela tiene 2m de ancho. ¿Qué longitud debe comprarse si se necesitan $36m^2$ de tela después de lavada?

a) 26 m b) 20 m c) 15 m
d) 25 m e) 30 m

55. ¿En qué porcentaje se debe incrementar el precio de un producto para seguir ganando lo mismo, pero otorgando un descuento del 20%?

a) 20% b) 25% c) 18%
d) 30% e) 24%

56. Un litro de mezcla formada por 75% de alcohol y 25% de agua pesa 970 g. ¿Cuánto pesa un litro de mezcla formada por 25% de alcohol y 75% de agua?

a) 920 g b) 970 g c) 990 g
d) 975 g e) 995 g

57. Si el lado de un cuadrado aumenta un 20%, su área aumenta en $121m^2$. Si el lado disminuye en 20%. ¿En cuánto disminuye su área?

a) $120m^2$ b) $105m^2$ c) $108m^2$
d) $99m^2$ e) $103m^2$

58. Se tiene dos recipientes de 10 litros cada uno, el primero con 60% de alcohol y el segundo con 80% de alcohol. ¿Cuántos litros deben intercambiarse para que ambos tengan el mismo porcentaje de alcohol?

a) 6 L b) 4 L c) 7 L
d) 5,4 L e) 5 L

59. Al venderse un artículo en 360, se gana el 20% de su precio de costo y el 30% de su precio de venta.
¿Cuál es el precio de costo?

a) 120 b) 180 c) 200
d) 210 e) 220

60. El largo de un rectángulo aumenta 40% y el ancho disminuye en 30%, entonces el área del rectángulo varía en 50 m^2.
¿Cuál era el área inicial?

a) 2450 m^2 b) 2500 m^2 c) 2000 m^2
d) 2250 m^2 e) 2200 m^2

Claves

1081.	a
1082.	a
1083.	c
1084.	e
1085.	e
1086.	a
1087.	b
1088.	b
1089.	a
1090.	b
1091.	d
1092.	b
1093.	e
1094.	c
1095.	b
1096.	c
1097.	e
1098.	b
1099.	c
1100.	c
1101.	c
1102.	e
1103.	b
1104.	b
1105.	d
1106.	e
1107.	a
1108.	e
1109.	d
1110.	d

1111.	d
1112.	c
1113.	c
1114.	c
1115.	c
1116.	a
1117.	d
1118.	c
1119.	a
1120.	d
1121.	d
1122.	e
1123.	a
1124.	a
1125.	a
1126.	e
1127.	b
1128.	e
1129.	d
1130.	d
1131.	e
1132.	d
1133.	a
1134.	d
1135.	a
1136.	c
1137.	d
1138.	e
1139.	d
1140.	b

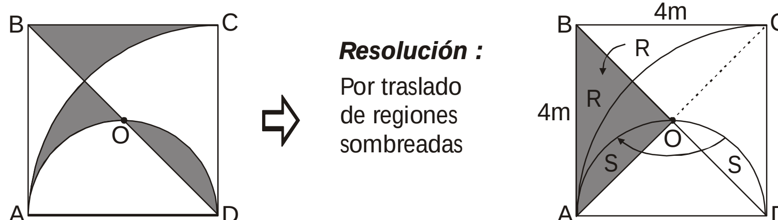
Capítulo

20

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

Ejemplo Nº 1

Si ABCD es un cuadrado de 4 m de lado y "O" es centro, entonces el área de la región sombreada es:

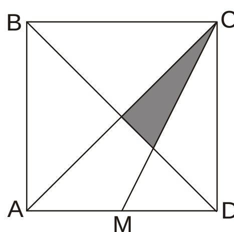


Así tenemos que el área de la región sombreada es un triángulo, que es igual a la cuarta parte del cuadrado.

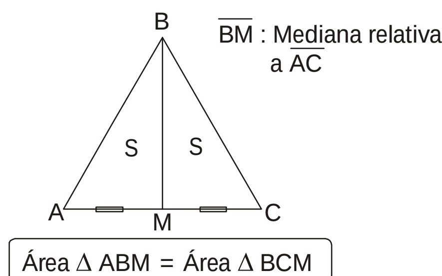
$$S_{somb} = \frac{\square}{4} = \frac{4^2}{4} = 4m^2$$

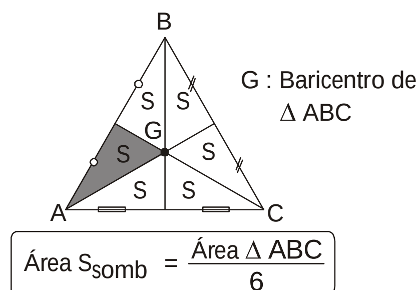
Ejemplo Nº 2

Si ABCD es un cuadrado de 6m de lado y además "M" es punto medio, calcular el área de la región sombreada.

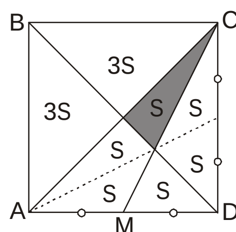


Resolución: No olvidar:





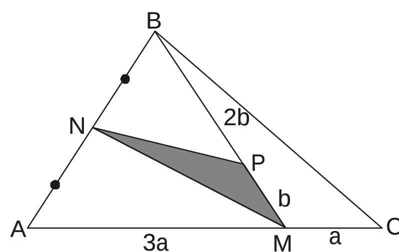
Del ejemplo tenemos:



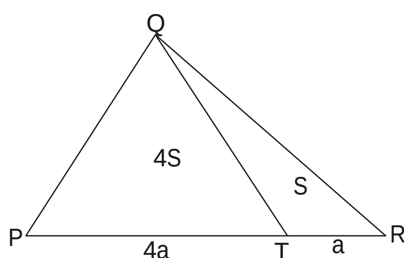
$$S_{somb} = \frac{\square}{12} = \frac{6^2}{12} = 3m^2$$

Ejemplo Nº 3

ABC es un triángulo de 24 m^2 de área. Calcular el área de la región sombreada.

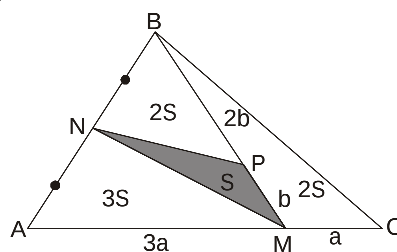


Resolución: No olvidar



$$S_{\Delta QTR} = \frac{S_{\Delta PQT}}{4}$$

Del ejemplo tenemos:



$$S_{\Delta BCM} = \frac{S_{\Delta ABM}}{3} = 2S$$

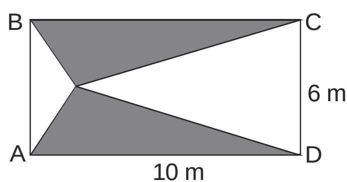
$$S_{total} = 8S = 24m^2$$

$$S = 3m^2$$

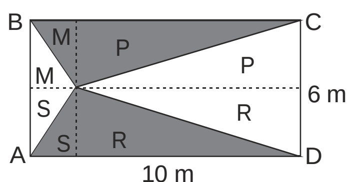
$$\therefore S_{somb} = 3m^2$$

Ejemplo Nº 4

Sabiendo que ABCD es un rectángulo, calcular el área de la región sombreada.



Resolución:



$$\text{Área}\square = b \times h$$

$$S_{total} = 2(S + R + P + M)$$

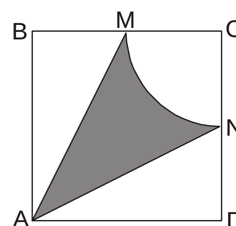
$$S_{somb} = S + R + P + M$$

Luego:

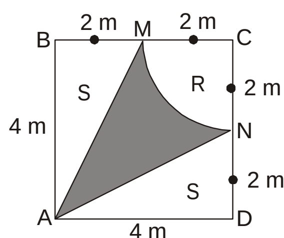
$$S_{somb} = \frac{S_{total}}{2} = \frac{10 \times 6}{2} = 30m^2$$

Ejemplo Nº 5

Sabiendo que el lado del cuadrado ABCD mide 4 m y que M y N son puntos medios, calcular el área de la región sombreada.



Resolución:



S = Triángulo rectángulo (cuarta parte del cuadrado ABCD)
R = Sector circular (cuarta parte de un círculo)

$$S_{\odot} = \pi r^2$$

$$S_{somb} = \square - 2(\triangle) - \frac{\odot}{4}$$

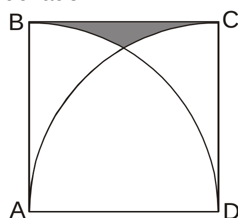
$$= 4^2 - 2\left(\frac{4 \times 2}{2}\right) - \frac{\pi 2^2}{4}$$

$$= 16 - 8 - \pi$$

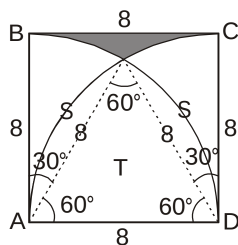
$$= 8 - \pi$$

Ejemplo Nº 6

Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de 8 m de lado.



Resolución:



S = Sector circular (doceava parte del círculo).
T = Triángulo equilátero.

$$S_{\Delta equilátero} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{somb} = \square - \triangle - 2S$$

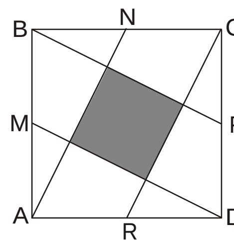
$$= 8^2 - \frac{8^2\sqrt{3}}{4} - 2\left(\frac{\pi 8^2}{12}\right)$$

$$= 64 - 16\sqrt{3} - \frac{32\pi}{3}$$

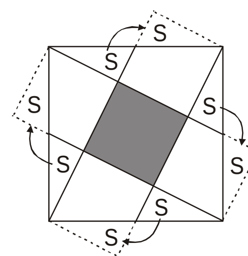
$$= 16\left(4 - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Ejemplo Nº 7

Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de 10 m de lado, y además M, N, P y R son puntos medios.



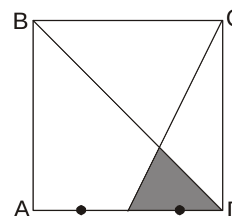
Resolución:



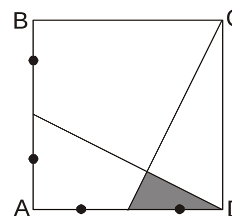
Al hacer traslado de regiones, la figura cuadrada de $10^2 = 100\ m^2$ de área se transforma en una cruz griega, dividida esta en 5 cuadritos congruentes.

$$S_{somb} = \frac{S_{total}}{5} = \frac{100\,m^2}{5} = 20\,m^2$$

Obs. 1: Cuando se intersecta una diagonal y una mediana el triángulo más pequeño que se forma es $\frac{1}{12}$ del total.

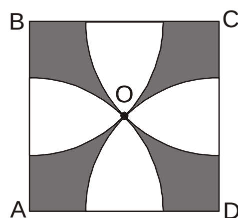


Obs. 2: Cuando se intersecta dos medianas, el triángulo más pequeño que se forma es un $\frac{1}{20}$ del total.

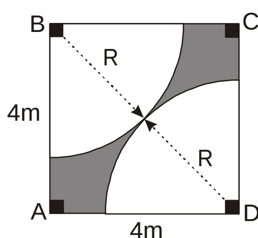


Ejemplo Nº 8

Sabiendo que ABCD es un cuadrado de 4 m de lado y "O" es centro del cuadrado.
Calcular el área de la región sombreada.



Resolución:

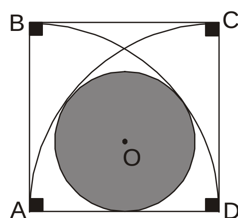


Del gráfico:

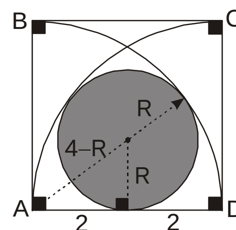
$$2R = 4\sqrt{2}$$
$$R = 2\sqrt{2}$$
$$S_{sombra} = 2\left(\square - \frac{\odot}{2}\right)$$
$$= 2\square - \odot$$
$$= 2 \cdot 4^2 - \pi(2\sqrt{2})^2$$
$$= 32 - 8\pi$$
$$= 8(4-\pi)m^2$$

Ejemplo Nº 9

Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de 4 m de lado y además "O" es centro.



Resolución:



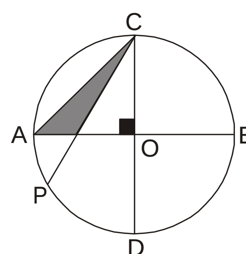
Por Pitágoras:

4–R, R, 2 $\Rightarrow (4-R)^2 = R^2 + 2^2$

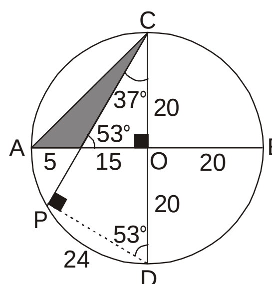
$$16 + \not{R}^2 - 8R = \not{R}^2 + 4$$
$$12 = 8R$$
$$\frac{3}{2} = R$$
$$\therefore S_{somb} = \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9\pi}{4}$$

Ejemplo Nº 10

Calcular el área de la región sombreada, si el diámetro de la circunferencia mide 40 m y PD = 24 m.
("O" : centro del círculo)



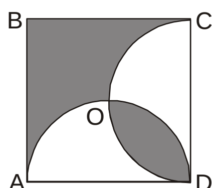
Resolución:



$$S_{somb} = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times 20}{2} = 50m^2$$

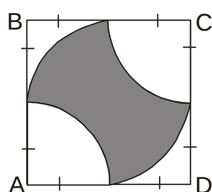
EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si ABCD es un cuadrado de 6 m de lado, entonces el área de la parte sombreada mide:



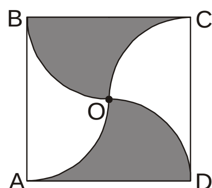
a) 8 m^2 b) 12 m^2 c) 10 m^2
d) 18 m^2 e) 20 m^2

02. Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de "a" m de lado.



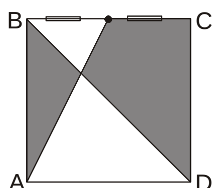
a) $\frac{a^2}{4}$ m^2 b) $\frac{3a^2}{4}$ m^2
c) $\frac{a^2}{2}$ m^2 d) $\frac{5a^2}{8}$ m^2
e) $\frac{2a^2}{5}$ m^2

03. Sabiendo que el lado del cuadrado mide 20 m, calcular el área de la región sombreada.



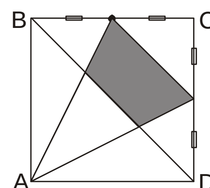
a) 180 m^2 c) 200 m^2 c) 100 m^2
d) 320 m^2 e) 240 m^2

04. Si el lado del cuadrado ABCD mide 6 metros, entonces el área de la región sombreada medirá:



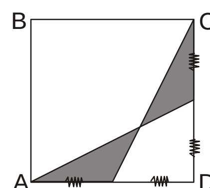
a) 12 m^2 b) 16 m^2 c) 21 m^2
d) 9 m^2 e) 20 m^2

05. Calcular el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado ABCD mide 12 m.



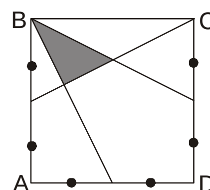
a) 36 m^2 b) 30 m^2 c) 42 m^2
d) 32 m^2 e) 48 m^2

06. El lado del cuadrado ABCD mide "a" metros, calcular el área de la región sombreada.



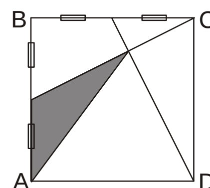
a) $\frac{3a^2}{5}m^2$ b) $\frac{a^2}{4}m^2$
c) $\frac{a^2}{2}m^2$ d) $\frac{a^2}{3}m^2$
e) $\frac{a^2}{6}m^2$

07. Calcular el área de la parte sombreada, si el lado del cuadrado es 20 m.



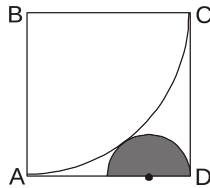
a) 40 m^2 b) 30 m^2 c) 36 m^2
d) 25 m^2 e) 20 m^2

08. Si el lado del cuadrado mide $\sqrt{20}$ m, entonces el área de la región sombreada será:



a) 3 m^2 b) 5 m^2 c) 8 m^2
d) 10 m^2 e) 6 m^2

09. Si ABCD es un cuadrado de 4 m de lado, entonces el área de la parte sombreada es:

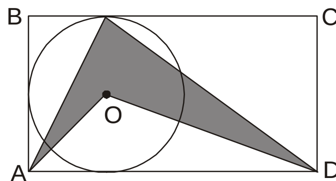


a) πm^2 b) $\frac{\pi}{2}m^2$

c) $\frac{\pi}{3}m^2$ d) $\frac{2\pi}{3}m^2$

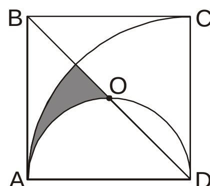
e) $\frac{4\pi}{9}m^2$

10. El área del rectángulo ABCD es 48 m^2 y "O" es centro del círculo. Hallar el área del cuadrilátero sombreado.



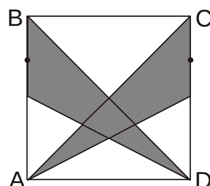
a) 10 m^2 b) 12 m^2 c) 15 m^2
d) 24 m^2 e) 30 m^2

11. Si el lado del cuadrado ABCD mide 4 m, calcular el área de la región sombreada.



a) $(\pi-1)m^2$ b) $(\pi-3)m^2$
c) $(2\pi-1)m^2$ d) $(\pi-2)m^2$
e) $(\pi-4)m^2$

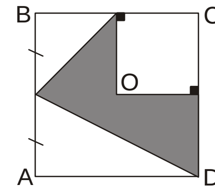
12. En la figura, hallar el área de la región sombreada si ABCD es un cuadrado de lado "b".



a) $\frac{b^2}{2}$ b) $\frac{3b^2}{7}$ c) $\frac{11b^2}{18}$

d) $\frac{11b^2}{24}$ e) $\frac{13b^2}{24}$

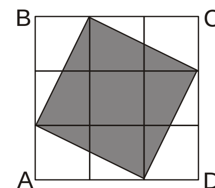
13. Si el área de la región sombreada mide A, entonces el área del cuadrado ABCD medirá: ("O" es centro del cuadrado).



a) $\frac{3A}{2}$ b) 2A c) $\frac{5A}{8}$

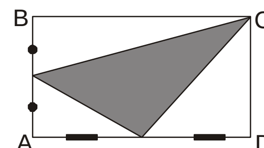
d) $\frac{8A}{3}$ e) $\frac{8A}{5}$

14. El cuadrado ABCD fue dividido en 9 cuadraditos congruentes. Calcular el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado mide 6m.



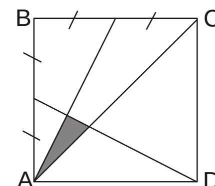
a) 20 m^2 b) 24 m^2 c) 18 m^2
d) 28 m^2 e) 26 m^2

15. Sabiendo que el área del rectángulo ABCD mide 120 m^2, entonces el área de la región sombreada será:



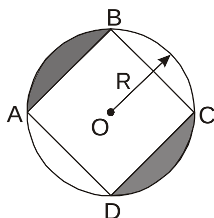
a) 40 m^2 b) 45 m^2 c) 75 m^2
d) 50 m^2 e) 60 m^2

16. Si ABCD es un cuadrado de $\sqrt{60}$ cm de lado, entonces el área de la región sombreada es :



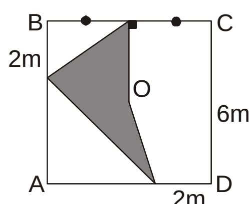
a) 4 cm^2 b) 3 cm^2 c) 6 cm^2
d) 5 cm^2 e) 2 cm^2

17. Si la diagonal del cuadrado ABCD mide 8 m, entonces el área de la región sombreada es:



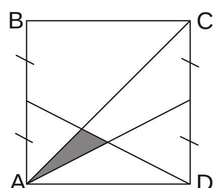
a) $8(\pi-4)m^2$ b) $4(\pi-4)m^2$
c) $16(\pi-1)m^2$ d) $6(\pi-3)m^2$
e) $16(\pi-2)m^2$

18. Sabiendo que ABCD es un cuadrado y "O" es centro de dicho cuadrado, calcular el área de la región sombreada.



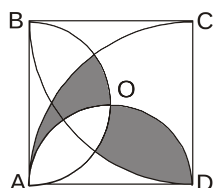
a) 9 m^2 b) 8,5 m^2 c) 9,5 m^2
d) 8 m^2 e) 7,5 m^2

19. Si ABCD es un cuadrado de 12m de lado, entonces el área de la parte sombreada será:



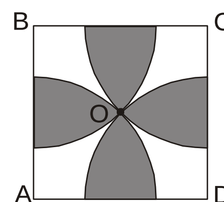
a) 18 b) 6 c) 12
d) 48 e) 24

20. Si ABCD es un cuadrado de 4 m de lado, entonces el área de la región sombreada es:



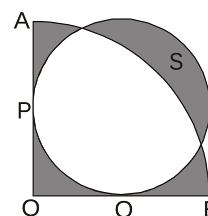
a) $4(\pi-3)$ b) $4\pi-3$
c) $2(\pi-2)$ d) $2(\pi-4)$
e) $4(\pi-2)$

21. Calcular el área de la región sombreada.
Lado del cuadrado : 2m



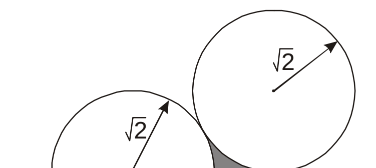
a) $2(\pi-2)$ b) $2(4-\pi)$
c) $6(3-\pi)$ d) $4(2-\pi)$
e) $2(\sqrt{2}+\pi)$

22. Sabiendo que P y Q son puntos medios de los lados del cuadrante AOB. El área de la región asignada con S es 16 m^2. El área de las regiones sombreadas en el interior del cuadrante es:



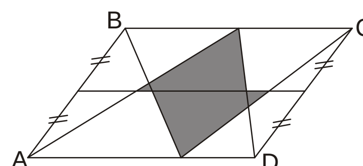
a) 15 m^2 b) 32 m^2
c) 16 m^2 d) 18 m^2
e) 12 m^2

23. Hallar el área de la región sombreada:



a) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\pi}{3}\right)u^2$ b) $\pi+\sqrt{3}u^2$
c) $\frac{\sqrt{3}-\pi}{2}u^2$ d) $\frac{2\sqrt{3}-\pi}{2}u^2$
e) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}u^2$

24. ¿Qué parte del área total está sombreada? (ABCD es un paralelogramo)



a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{3}$

25. Si el cuadrado ABCD tiene longitudes en metros, entonces el área de la región sombreada es:

a) 2 m^2 b) 2,5 m^2

c) 3,5 m^2 d) 3 m^2

e) 4 m^2

26. Si el cuadrado ABCD tiene longitudes en metros, entonces el área de la región sombreada es:

a) 2 m^2 b) 2,5 m^2

c) 3,5 m^2 d) 3 m^2

e) 4 m^2

27. En la figura, hallar el área de la región sombreada.

Si: $S_{ABC} - S_{ACD} = 100\ m^2$

a) 100 m^2 b) 40 m^2

c) 70 m^2 d) 80 m^2

e) 50 m^2

28. ABCD es un cuadrado de "a"cm de lado, calcular el área de la región sombreada.

a) $\frac{a^2}{20}$ b) $\frac{a^2}{12}$ c) $\frac{a^2}{8}$

d) $\frac{7a^2}{24}$ e) $\frac{7a^2}{12}$

29. ¿Qué parte del área del cuadrado ABCD está sombreada?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

30. Si ABCD es un cuadrado de 4 m de lado, calcular el área de la región sombreada.

a) $12-5\pi$ b) $16-9\pi$

c) $12-\frac{25\pi}{9}$ d) $14-7\pi$

e) $16-\frac{25\pi}{9}$

31. ¿Qué fracción del área total está sombreada?

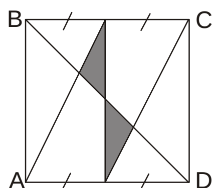
a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{5}{20}$

d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{8}{21}$

32. Las circunferencias que se muestran a continuación tienen el mismo radio (r = 4 m). Calcular el área de la región sombreada. (R, S y T son puntos de tangencia).

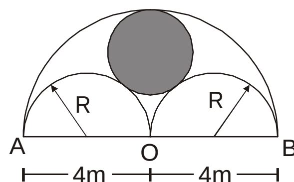
a) $8\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$ b) $8\left(\sqrt{3}-2\pi\right)$
c) $8\left(\sqrt{3}-\pi\right)$ d) $4\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$
e) $2\left(4\sqrt{3}-\pi\right)$

33. Si el lado del cuadrado ABCD mide "a"metros, entonces el área de la región sombreada será :



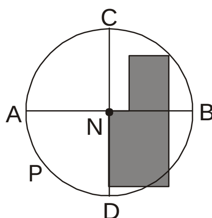
a) $\frac{a^2}{6}m^2$ b) $\frac{a^2}{8}m^2$
c) $\frac{a^2}{12}m^2$ d) $\frac{a^2}{15}m^2$
e) $\frac{a^2}{10}m^2$

34. Calcular el área del círculo sombreado.



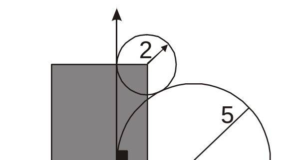
a) $\frac{9\pi}{25}m^2$ b) $\frac{9\pi}{16}m^2$ c) $\frac{16}{9}\pi m^2$
d) $\frac{16\pi}{25}m^2$ e) $\frac{64\pi}{125}m^2$

35. Hallar la suma de las áreas de los dos cuadrados sombreados.
Si: $\overline{AB}=6cm$



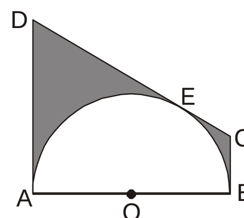
a) 6 cm^2 b) 9 cm^2 c) 4 cm^2
d) 16 cm^2 e) 13 cm^2

36. Calcular el área de la región sombreada, si es un cuadrado.



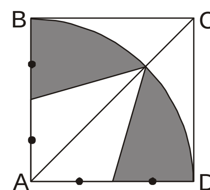
a) 20 m^2 b) 40 m^2 c) 36 m^2
d) 64 m^2 e) 50 m^2

37. En la figura $\overline{DA}$ y $\overline{CB}$ son tangentes a la semicircunferencia de centro "O".
Si: $\overline{DA}=4m$ y $\overline{CB}=1m$, calcular el área de la región sombreada.



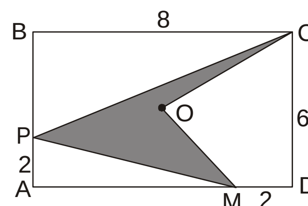
a) $2(5-3\pi)$ m^2 b) $2(4-\pi)$ m^2
c) $2(\pi-5)$ m^2 d) $2(\pi-4)$ m^2
e) $2(5-\pi)$ m^2

38. Hallar el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de lado $a\sqrt{2}\,m$



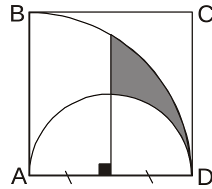
a) $\frac{a^2}{2}\left(\pi-\sqrt{2}\right)m^2$ b) $\frac{a^2}{4}\left(\pi-\sqrt{2}\right)m^2$
c) $a^2\sqrt{2}\pi m^2$ d) $\frac{a^2}{8}\left(\pi-\sqrt{2}\right)m^2$
e) $\frac{a^2}{6}\left(\pi-\sqrt{2}\right)$

39. Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un rectángulo. ("O" es centro del rectángulo).



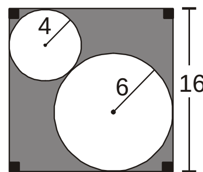
a) 11 m^2 b) 8 m^2 c) 12 m^2
d) 6 m^2 e) 10 m^2

40. Calcular el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 12 m.



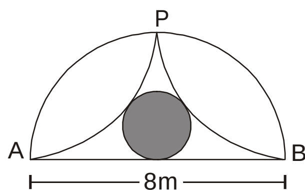
a) $3\left(5\pi - 6\sqrt{3}\right)$ b) $2\left(5\pi - 2\sqrt{3}\right)$
c) $3\left(5\pi - 8\sqrt{3}\right)$ d) $3\left(5\pi - \sqrt{3}\right)$
e) $3\left(4\pi - \sqrt{3}\right)$

41. Calcular el área de la región sombreada.



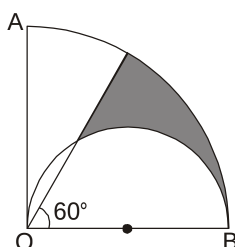
a) $4(64 - 13\pi)$ b) $32(8 - \pi)$
c) $256 - 43\pi$ d) $2(64 - 20\pi)$
e) $4(72 - 13\pi)$

42. Sabiendo que P es punto medio del arco $\overset{\frown}{AB}$, hallar el área de la región sombreada. ($\overline{AB}$: diámetro)



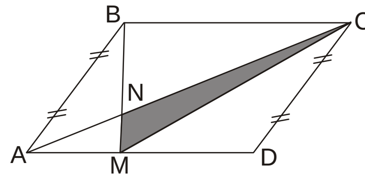
a) π m^2 b) 3π m^2 c) $\frac{2\pi}{3}$ m^2
d) 2π m^2 e) $\frac{\pi}{2}$ m^2

43. En la figura, "O" es centro del cuadrante y $\overline{OB}$ es diámetro de la circunferencia. Si: $\overline{OB} = 8\,m$, hallar el área de la región sombreada.



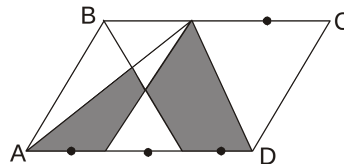
a) $\frac{8}{3}\pi - \sqrt{3}$ b) $\frac{8}{3}\pi - 3\sqrt{3}$
c) $\frac{16\pi}{3} - \sqrt{3}$ d) $\frac{16\pi}{3} - 2\sqrt{3}$
e) $\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

44. ABCD es un paralelogramo. El área de la región sombreada es 12 m^2. Hallar el área del triángulo ABM. Si: BN = 3NM



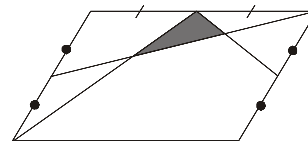
a) 40 m^2 b) 16 m^2 c) 24 m^2
d) 36 m^2 e) 28 m^2

45. Hallar el área del paralelogramo ABCD, si la diferencia de las áreas de las 2 regiones sombreadas es "k".



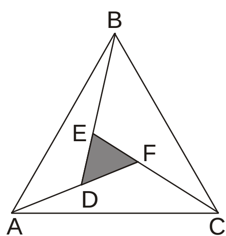
a) 4k b) 5k c) 6k
d) 7k e) 8k

46. Si ABCD es un paralelogramo de "A" cm^2 de área. Calcular el área de la parte sombreada en centímetros.



a) $\frac{A}{12}$ b) $\frac{A}{30}$ c) $\frac{A}{24}$
d) $\frac{A}{10}$ e) $\frac{A}{36}$

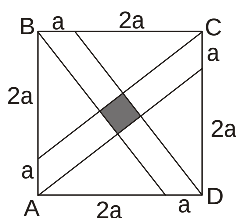
47. Sabiendo que: BE = 3ED; CF = 3FE y AD = 3DF; y además el área de la región sombreada mide $4m^2$. Calcular el área del triángulo ABC.



a) $80\ m^2$ b) $200\ m^2$ c) $100\ m^2$

d) $86\ m^2$ e) $148\ m^2$

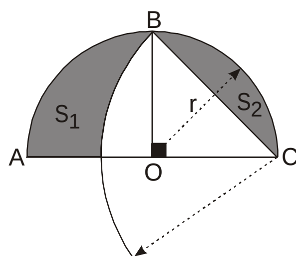
48. Sabiendo que ABCD es un cuadrado de 13 m de lado. Calcular el área de la región sombreada.



a) $26\ m^2$ b) $9\ m^2$ c) $11\ m^2$

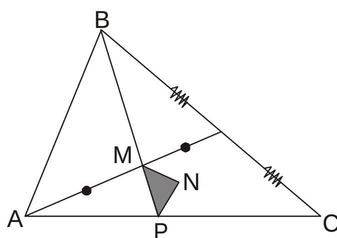
d) $13\ m^2$ e) $\frac{25}{13}\ m^2$

49. Según la figura: $S_1 + S_2 = 16\pi m^2$, calcular : "r"



a) 8 m b 2 m c) 16 m
d) 4 m e) 6 m

50. Hallar el área del triángulo equilátero sombreado.
Si: $\overline{BP} = 8\,m$.

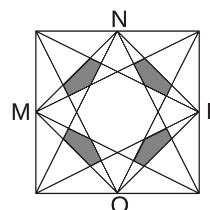


a) $3\sqrt{3}\ m^2$ b) $2\sqrt{3}\ m^2$

c) $\sqrt{\frac{3}{2}}\ m^2$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\ m^2$

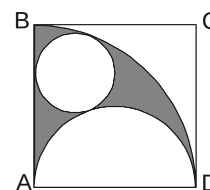
e) $\sqrt{3}\ m^2$

51. Calcular el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado mide 30 m y además M, N y P son puntos medios.



a) $140\ m^2$ b) $90\ m^2$ c) $180\ m^2$
d) $100\ m^2$ e) $120\ m^2$

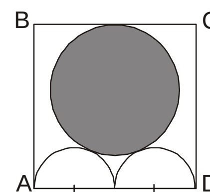
52. Hallar el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de lado 2 cm.



a) $\frac{\pi}{2} cm^2$ b) $\frac{\pi}{3} cm^2$ c) $\frac{2\pi}{3} cm^2$

d) $\frac{\pi}{4} cm^2$ e) $\frac{\pi}{6} cm^2$

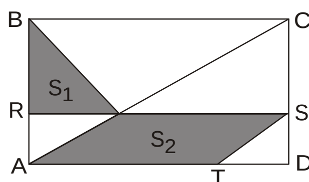
53. Hallar el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado ABCD es 4 m.



a) $\frac{64\pi}{9}$ b) $\frac{2\pi}{25}$ c) $\frac{25\pi}{9}$

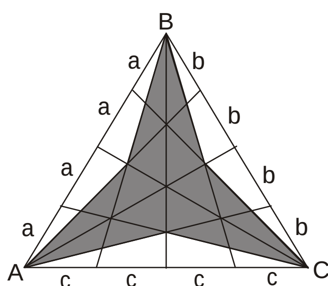
d) $\frac{64\pi}{25}$ e) $\frac{25\pi}{64}$

54. Sabiendo que ABCD es un rectángulo RS//BC, TS//AC, calcule $\frac{S_1}{S_2}$ siendo S_1 y S_2 las áreas de las regiones sombreadas.



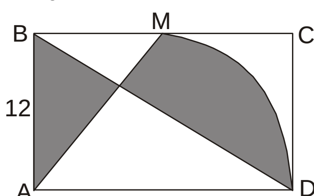
a) 1 : 1 b) 1 : 2 c) 3 : 4
d) 2 : 3 e) 1 : 3

55. Si el área del triángulo ABC mide 224 m^2, entonces el área de la parte sombreada es:



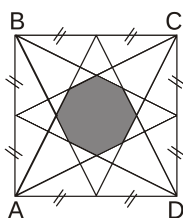
a) 144 m^2 b) 130 m^2
c) 164 m^2 d) 128 m^2
e) 156 m^2

56. Calcular el área de la región sombreada, si el ancho del rectángulo ABCD mide 12 cm y MAD es un sector circular cuyo ángulo central mide 60º.



a) $48(\pi-\sqrt{3})$ b) $32(\pi-\sqrt{3})$
c) $32(2\pi-\sqrt{3})$ d) $24(\pi-\sqrt{3})$
e) $16\left(2\pi-\sqrt{3}\right)$

57. Si ABCD es un cuadrado y L es su lado, entonces el área de la región sombreada será :

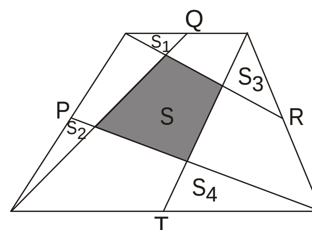


a) $\frac{L^2}{8}$ b) $\frac{L^2}{2}$ c) $\frac{L^2}{6}$
d) $\frac{L^2}{12}$ e) $\frac{L^2}{4}$

58. En la figura mostrada, P, Q, R y T son puntos medios, además:

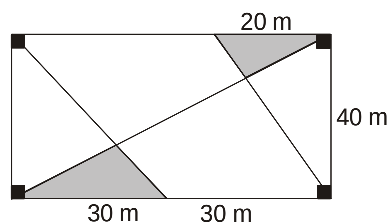
$$S_1+S_2+S_2+S_4=12m^2$$

Hallar: "S"



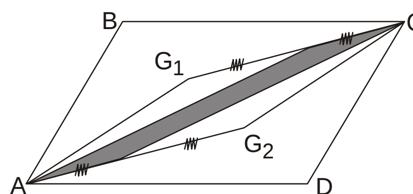
a) 10 m^2 b) 16 m^2 c) 12 m^2
d) 24 m^2 e) 15 m^2

59. Hallar el área de la región sombreada.



a) 300 m^2 b) 600 m^2
c) 400 m^2 d) 240 m^2
e) 200 m^2

60. Calcular el área de la región sombreada, si el área (ABCD) = 42 cm^2 y G_1, G_2 son baricentros (ABCD es paralelogramo).



a) $\frac{40}{3}cm^2$ b) $\frac{20}{3}cm^2$
c) 10 cm^2 d) 20 cm^2
e) 7 cm^2

Claves

01.	d	31.	b
02.	c	32.	a
03.	b	33.	c
04.	c	34.	c
05.	b	35.	b
06.	e	36.	b
07.	b	37.	e
08.	a	38.	a
09.	b	39.	a
10.	b	40.	a
11.	d	41.	e
12.	d	42.	a
13.	d	43.	e
14.	a	44.	b
15.	b	45.	c
16.	e	46.	a
17.	e	47.	e
18.	b	48.	d
19.	b	49.	a
20.	e	50.	e
21.	a	51.	b
22.	c	52.	d
23.	d	53.	d
24.	a	54.	b
25.	d	55.	d
26.	b	56.	e
27.	e	57.	c
28.	d	58.	c
29.	d	59.	a
30.	e	60.	e

Capítulo

21 COMPARACIÓN CUANTITATIVA

23.1 NOCIONES BÁSICAS

Desde épocas remotas, la Matemática ha estado en la vida del hombre. Todo lo que le rodeaba no hacía sino conducirlo por un camino incipiente e inevitable de la Matemática: ***Comparar, agrupar y contar***. Al comparar dos conjuntos de elementos diferentes (dedos y animales por ejemplo) y querer comunicarlos, el hombre ilumina su mente, inventa sonidos y voces que lo llevarán a calcular, interpretar y enseñar para que lo entendiesen. Así, supera su etapa primitiva aprendiendo y transformando constantemente la naturaleza de acuerdo a sus necesidades.

En la actualidad, algunas universidades están redefiniendo el perfil del profesional que desean que ingresen a ellas. Esto a su vez ha obligado a modificar la estructura y contenido del examen de ingreso, en los que las preguntas ya no sólo se elaboran para establecer el nivel de conocimientos de parte del postulante, sino reconocer las habilidades que estos poseen ante situaciones polémicas contextualizadas. El presente capítulo de ***comparación cuantitativa*** tiene como objetivo en mayor medida el de evaluar la habilidad del alumno para reconocer propiedades entre los números, que un dominio de las técnicas operativas.

23.2 LA HABILIDAD MATEMÁTICA DE COMPARAR

Cabe indicar que comparar tiene varias acepciones; pero para los fines de este capítulo, la definiremos como una habilidad matemática que consiste en estimar las diferencias y semejanzas entre cantidades de una misma especie.

23.3 LEY DE TRICOTOMÍA:

Dados dos números reales a y b, sólo puede haber entre ellos la siguiente relación de orden :

$$a < b \quad \vee \quad a > b \quad \vee \quad a = b$$

23.4 COMPARACIÓN CUANTITATIVA:

Es un tipo de ítem con cuyas preguntas se logra evaluar la comprensión matemática que posee una persona, al comparar dos cantidades dadas mediante aproximación, cálculo simple o sentido común.

El modelo de este tipo de preguntas es:

Se dan dos cantidades, algunas veces precedidas por un enunciado, una en la columna A y otra en la columna B.

Se trata de comparar estas dos cantidades y luego discriminar, deberás marcar:

A. Si la cantidad de A es mayor a la de B.
B. Si la cantidad de B es mayor a la de A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para decidir.
E. ¡No debe usar esta opción!

Observación: Según la ley de tricotomía sólo existen tres relaciones posibles entre ***A*** y ***B***, si ésta no se puede establecer, entonces se apela a la alternativa ***D***; la última alternativa no es relevante ni trascendente, esta cumple sólo el papel de distractor.

Veamos algunos problemas sobre comparación de cantidades conocidas:

Ejemplos:

Enunciado	Columna A	Columna B
1	$13\frac{17}{21}+29\frac{14}{19}+18\frac{23}{12}$	$29\frac{23}{12}+18\frac{17}{21}+13\frac{14}{19}$
2	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{4}}$
3	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{3}$
4	$\frac{2004}{2005}$	$\frac{2003}{2004}$
5 Sea x un número positivo	x	x^2

Resolución:

1. Se podría operar los términos de ambas columnas, lo cual nos llevaría mucho tiempo. Recuerda que un número mixto es la suma de un entero y una fracción.

$$A = 13\frac{17}{21} + 29\frac{14}{19} + 18\frac{23}{12} \qquad B = 29\frac{23}{12} + 18\frac{17}{21} + 13\frac{14}{19}$$

Por lo tanto A = B

Clave C

2. Una forma de comparar las expresiones dadas, es calculando el valor de cada columna:

$$A = \frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6} \qquad B = \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{\sqrt{13}}{6}$$

Ambos resultados tienen el mismo denominador, sólo debemos comparar los numeradores:

$5 \,\square\, \sqrt{13}$, si $\sqrt{9}=3$ y $\sqrt{16}=4$; $\sqrt{13}$ es un valor que está entre 3 y 4.

Por lo tanto A > B

Clave A

3. Dado que no puede usar calculadora para comparar radicales, se recomienda elevar ambos términos a un mismo exponente tal que se elimine el radical.

$$\left(\sqrt{2}\right)^6 \,\square\, \left(\sqrt[3]{3}\right)^6 \Rightarrow 2^3 \,\square\, 3^2 \Rightarrow 8 \,\square\, 9$$

Por lo tanto A < B

Clave B

4. Si se dividen ambas fracciones, resultaría tedioso buscar la diferencia entre ambos cocientes dado que dichas cantidades son aproximadamente iguales.

Analizando ambas columnas se observa que ambas fracciones están formadas por términos consecutivos. Se podría probar con números más pequeños (Inducción Matemática) para observar lo que se presenta al compararlos.

Vemos: $\frac{3}{4} \,\square\, \frac{2}{3}$

Por una propiedad de las fracciones, podemos compararlas mediante la multiplicación en aspa:

$$\Rightarrow 3(3) \,\square\, 4(2) \Rightarrow 9 \boxed{>} 8$$

Intentemos con otro caso :

$$\frac{5}{6} \,\square\, \frac{4}{5} \Rightarrow 5(5) \,\square\, 6(4) \Rightarrow 25 \boxed{>} 24$$

En ambos, el resultado de la primera columna es mayor por lo cual podemos inducir que : $\frac{2004}{2005} > \frac{2003}{2004}$

Por lo tanto A > B

Clave A

Observación: Si se apela al Álgebra, se puede llegar a demostrar la resolución anterior de la siguiente forma :

$$\frac{2004}{2005} \boxed{} \frac{2003}{2004} \Rightarrow (2004)^2 \boxed{} \underbrace{(2003)}_{2004-1}\underbrace{(2005)}_{2004+1} \Rightarrow (2004)^2 \boxed{>} (2004)^2 - 1$$

A > B

5. Para comparar cantidades desconocidas expresadas en forma de variables, es conveniente probar un juego de valores para dichas variables, y ver cómo varía la relación entre las columnas. Como "x" es un real positivo, probemos con: $x = 0 ; 1 ; 2 ; \frac{1}{2}$

A		***B***
0	$\boxed{=}$	0^2
1	$\boxed{=}$	1^2
2	$\boxed{<}$	2^2
$\frac{1}{2}$	$\boxed{>}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$

Se observa que el orden no se mantiene igual para todos los valores supuestos. Por lo tanto, para saber cuál de las columnas tiene una cantidad mayor se requiere de mayor información.

Clave D

COMPARACIÓN CUANTITATIVA I

En estas preguntas se dan dos cantidades, una en la columna A y la otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

	Columna A	***Columna B***
01.	1h 40min 30s	99min 90s
02. Si M es el triple de N (M y N positivos)	2M	5N
03. Si A excede en 100 a B.	A	B
04. Si x excede en 180 a y.	$x - 140$	$y + 140$
05. Si x excede en 50 al doble de y.	$x - y$	y
06. Si a y b son positivos, la solución de	$117x+2a+15b = 0$	$119x-a-3b=0$
07. Si a > 0 y b > 0,	$a^3 + b^3$	$(a + b)^3$
08.	$(ax+by)^2 + (ay-bx)^2$	$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$

	Columna A	Columna B
09. El número de elementos de	$A = \{x \in Z / 1 < 3x < 17\}$	$B = \{x \in Z / -8 < 2x < 6\}$
10.	$9 - 8 \div 4 \times 2$	$8 + 2(3 - 4)$

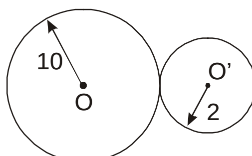
COMPARACIÓN CUANTITATIVA II

En estas preguntas, se dan dos cantidades, una en la columna A y otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

	Columna A	***Columna B***
11.	$777^2 - 775^2$	$778^2 - 776^2$
12. Dada la expresión: $3x - 2y = 5$	El valor de x cuando $y = 5$	El valor de y cuando $x = 6$
13.	$\frac{78\,454}{78\,524}$	$\frac{78\,453}{78\,523}$
14. Si r y s son las raíces de $(x+3)^2 = 9$	$r + s$	rs
15.	Número de subconjuntos de $A = \{m ; n ; p ; q\}$	Número de elementos de $B = \{x \in N / 2 < x \leq 18\}$
16. Si: $A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$, $B = \{1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7\}$, $C = \{1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9\}$	$n(B \cap C)$	$n(A \cap B \cap C) + n(A - B)$
17. La menor de las raíces de	$(x+3)(x+4)(x-5) = 0$	$(x+2)(x+5)(x-3) = 0$
18. Si: $a^2b > 0$, $b^2c < 0$	c	b
19.	100 m más 220 cm más 5000 mm	90 m más 1700 cm

20. En la figura, se tienen dos circunferencias tangentes exteriores



	Columna A	Columna B
20.	Distancia entre los centros	Longitud de la circunferencia menor

COMPARACIÓN CUANTITATIVA III

En estas preguntas, se dan dos cantidades, una en la columna A y otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

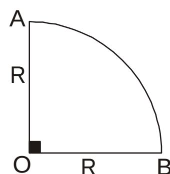
	Columna A	***Columna B***
21. 4 naranjas = 5 plátanos	13 naranjas	9 plátanos
22.	$2\,787 \times 2\,785$	$2\,786^2$
23. Si $A \subset B$	n(A)	n(B)
24.	10 docenas de decenas	12 decenas de docenas
25.	15^{62}	6^{93}
26. Si : $a^6b^3 < 0$ $b^{10}c^5 > 0$	c	b
27. Si : $a^2bc^2 < 0$ $abc < 0$	ac	b
28. Si : $L_1 // L_2 // L_3$	x + w	y + z
29. Se tiene una esfera inscrita en un cubo de volumen $64 m^3$	Área de la superficie esférica	Área lateral del cubo
30.	$9 km^2$	999Ha

COMPARACIÓN CUANTITATIVA IV

En estas preguntas, se dan dos cantidades, una en la columna A y otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

	Columna A	**Columna B**
31. Una moneda de "A" equivale a 2,5 de "B", una de "B" a 0,3 de "C"	Tengo : dos monedas de "A", tres de "B" y cuatro de "C"	Tengo : una moneda de "A", cuatro de "B"y tres de "C"
32. Si 7 CUPOS = 8 POCUS	12 CUPOS	13 POCUS
33.	$n(A - B)$	$n(A) - n(A \cap B)$
34.	$n(A \cup B - C)$	$n[A - (B \cup C)] + n[B - (A \cup C)]$
35. Si: $n(A \cup B) = 20$; $n(A - B) = 8$; $n(B - A) = 6$	$n(A)$	$n(A \cup B) - n(A \cap B)$
36. Si: $A * B = A - B$; $A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$; $B = \{1 ; 2 ; 5 ; 6 ; 7\}$	Número de elementos de : $B * A$	Número de elementos de : $A * B$
37. Si: $ax^2 + bx + c = 0$, tiene dos raíces reales e iguales	$2b^2$	$8ac$
38. Si: $abcd > 0$; $ab < 0$; $ac > 0$	bc	bd
39. Dada la figura:	$\overline{AO} + \overline{OB}$	El doble de la longitud de $\overset{\frown}{AB}$
40. Si: 3A = 5B y 7B = 9C	119A	256C



COMPARACIÓN CUANTITATIVA V

En estas preguntas, se dan dos cantidades, una en la columna A y otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

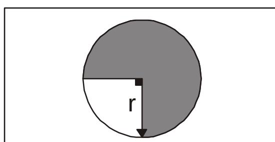
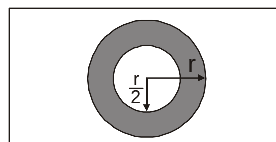
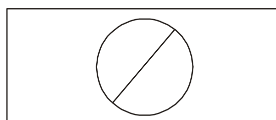
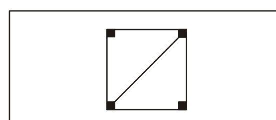
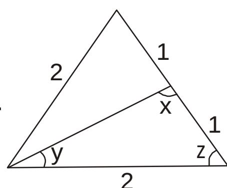
A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

	Columna A	***Columna B***
41.	$(-2)^3 \times 3 + 30$	$(-2)^2 \times 2 - 2$
42.	$10 \div 15 \div 2$	1
43. Si un producto A se vende a 3 unidades por 8 soles y un producto B se vende a 4 unidades por 7 soles.	10 unidades de A	15 unidades de B
44. El costo de un artículo cuando se gana $60.	La ganancia es un cuarto del costo	La ganancia es un quinto del precio de venta
45. Si a es un número natural de una cifra	a^{3^a}	38^{a^a}
46.	MCD (17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31)	MCD (2 ; 4)
47. Si x - y = z , y = 2z , z > 0	3x	9z
48. Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$	$a^4 + b^6$	$2a^2 b^3$
49. (figura: triángulo ABC, ángulos x, y, z, w; M en AC) $\overline{BM}$ es mediana	x – z	y – w
50. Dados los puntos A; B, C y D, colineales y consecutivos, con AC = 10 y BD = 12	CD	AB

COMPARACIÓN CUANTITATIVA VI

En estas preguntas, se dan dos cantidades, una en la columna A y otra en la columna B. Tienes que determinar la relación entre ambas y marcar:

A. Si la cantidad en A es mayor que en B.
B. Si la cantidad en B es mayor que en A.
C. Si ambas cantidades son iguales.
D. Si falta información para poder determinarlo.
E. ***¡NO DEBE UTILIZAR ESTA OPCIÓN!***

	Columna A	***Columna B***
51.	$5^{20} - 5^{18}$	$5^{18}(20)$
52. Si: 2250 es el 2,5% de "x"	$x - 45000$	$\frac{x}{2}$
53. Si: $\frac{a}{9} = \frac{9}{a}$; $a < 0$	$a + 1$	10
54. Si: a = 0,1818...	$0.18 - \frac{1}{11}$	0,2929... – a
55.	40% de 25	25% de 40
56. Si: $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$	$\frac{x-y}{x}$	$\frac{y-x}{y}$
57. Comparar las áreas de las regiones sombreadas.		
58. Comparar el diámetro de la circunferencia y la diagonal del cuadrado, siendo "L" la longitud de la circunferencia y "L" el perímetro del cuadrado.		
59. 	2y	z
60. "L" es un número real: L > 0	Área del cuadrado de perímetro "L"	Área del triángulo equilátero de perímetro "L"

Claves

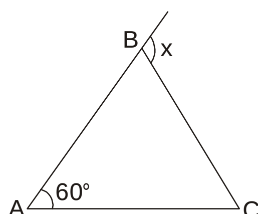
01.	c	31.	a
02.	a	32.	a
03.	a	33.	c
04.	b	34.	a
05.	a	35.	c
06.	b	36.	a
07.	b	37.	c
08.	c	38.	b
09.	b	39.	b
10.	b	40.	b
11.	b	41.	c
12.	b	42.	b
13.	a	43.	a
14.	b	44.	c
15.	c	45.	d
16.	b	46.	b
17.	a	47.	c
18.	b	48.	d
19.	a	49.	c
20.	b	50.	a
21.	a	51.	a
22.	c	52.	c
23.	b	53.	b
24.	b	54.	b
25.	a	55.	c
26.	a	56.	b
27.	a	57.	c
28.	c	58.	b
29.	a	59.	c
30.	b	60.	a

c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

36. Si Jorge le da a cada uno de sus sobrinos S/. 60 le faltan S/. 120. ¿Cuánto dinero tiene Jorge?
I. Si les diera S/. 40 a c/u le sobrarían S/. 100.
II. Si les diera S/. 70 a c/u le faltarían S/. 150.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

37. Hallar "x".



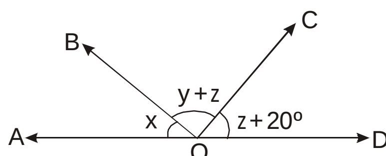
I. AB = BC
II. $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=280º-\hat{B}$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

38. ¿Es par (a + 3) (b + 7)? ; $a, b \in Z$
I. b = 7
II. a + 5 es impar.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

39. Hallar "x" en la figura.
(AOD: ángulo llano)



I. z = 60º
II. $\overline{OC}$ es bisectriz del ángulo $B\hat{O}D$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

40. ¿En cuántos días se acabará el agua de una piscina?
I. Cada día pierde la mitad de su volumen más 6 litros.
II. La piscina tiene inicialmente 1524 litros.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

41. Hallar "c".
I. $\frac{b}{a}=\frac{3c}{d}$
II. $\frac{a}{2b}=\frac{d}{8}$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

42. Las edades actuales de Pedro y Ricardo están en la relación de 4 a 7. ¿Cuántos años tendrá Pedro dentro de 7 años?
I. Pedro tiene 12 años.
II. La suma de sus edades actuales es los $\frac{11}{4}$ de la edad de Pedro.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

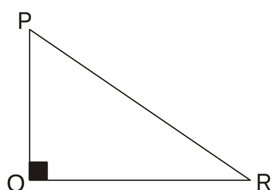
43. Hallar "x" ; $x \neq 0$
I. $\frac{1}{6}x=\frac{1}{6}$
II. $x \cdot x^{-1}=1$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

44. La diferencia de 2 números es 14560. ¿Cuál es el menor de dichos números?
I. La suma de dichos números es 45440.
II. El duplo del mayor es 60000.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

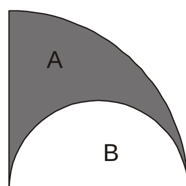
45. ¿Cuánto mide el $\angle QPR$?



I. $PQ = \frac{\sqrt{3}}{2}PR$
II. PQ = 3

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

46. En un cuarto de círculo, hallar el perímetro de "A".



I. Perímetro de "B".
II. Perímetro del cuarto de círculo.

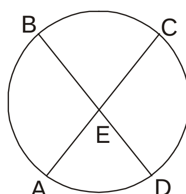
a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

47. Determinar el valor numérico de $a^3 + b^3$.

I. $(a+b)^3 = 64$
II. ab = 2

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

48. ¿Es "E" el centro de la circunferencia?



I. $\overset{\frown}{AB} = 80^\circ = \overset{\frown}{CD}$
II. $\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} = 180^\circ$

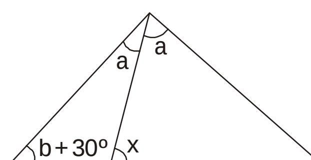
a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

49. Una casa es de 2 hermanos; se quiere determinar el valor de la parte del hermano mayor.

I. La parte del menor es los $\frac{7}{16}$ del valor de la casa.
II. La casa está valorizada en 76016 dólares.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

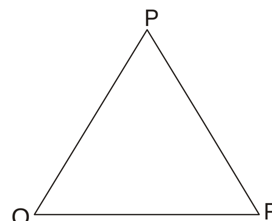
50. Determinar el valor de "x"



I. a = 30º
II. a + b = 75º

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

51. ¿Cuál es la medida del $\angle P$?



I. PQ = QR
II. $m\angle P = 2m\angle Q$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

52. Hallar el volumen de un cubo:
I. El cubo se puede dividir en 27 cubitos, cada uno de 1 cm de arista.
II. El área total del cubo es $54\ cm^2$.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

53. ¿Cuántos galones de pintura se necesitan para pintar los ambientes de una casa?
    I. La casa tiene 6 ambientes.
    II. Sandro pintó uno de los ambientes con 2 galones de pintura.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

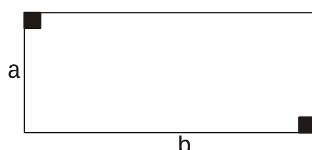
54. ¿Cuánto dinero gastó Pepito en una semana? (Lunes a Domingo).
    I. Cada uno de los días gastó, el doble del día anterior.
    II. Al inicio de la semana tenía S/. 600 y al final del Domingo le quedaban S/. 96.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

55. Encontrar el área de un cuadrado.
    I. Su perímetro es 16.
    II. Su diagonal es $4\sqrt{2}$.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

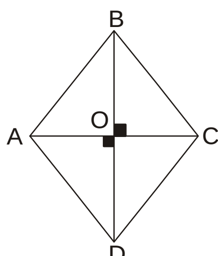
56. Hallar el perímetro del siguiente rectángulo.



I. El área es $E = 96m^2$
II. La diagonal mide $4\sqrt{13}m$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

57. Hallar el área del rombo ABCD de la figura:



I. El área del pentágono OBCDA es $29m^2$.
II. El área del triángulo ABD es $21m^2$.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

58. Hallar la suma de los primeros cien términos de la progresión aritmética:

$$2 ; x ; y ; .....$$

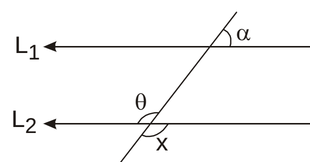
I. x = 9
II. y = 18

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

59. Hallar el número de botellas que hay en una caja.
    I. Si se regala la tercera parte, quedan más de 14.
    II. Si se aumenta en su cuarta parte, no llegan a 35.

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

60. Si : $L_1 // L_2$, hallar "x"



I. $\alpha = 180 - x$
II. $\theta = 2\alpha$

a) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
e) Se necesitan más datos.

Claves

01.	c
02.	a
03.	b
04.	c
05.	e
06.	e
07.	d
08.	d
09.	d
10.	d
11.	c
12.	e
13.	c
14.	d
15.	c
16.	e
17.	e
18.	b
19.	d
20.	c
21.	c
22.	b
23.	c
24.	c
25.	a
26.	c
27.	d
28.	b
29.	b
30.	c

31.	e
32.	e
33.	a
34.	c
35.	e
36.	d
37.	d
38.	a
39.	c
40.	c
41.	c
42.	a
43.	a
44.	d
45.	a
46.	d
47.	c
48.	c
49.	c
50.	b
51.	c
52.	d
53.	e
54.	b
55.	d
56.	c
57.	d
58.	d
59.	e
60.	b

Í N D I C E

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

Primer Bimestre **Pág.**

Segundo Bimestre

Tercer Bimestre

Cuarto Bimestre